

DIE WÄRMEABGABE BLANKER STROMDURCHFLOSSENER LEITUNGS-DRÄHTE IN RUHENDER LUFT

VON DER

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
IN ZÜRICH

ZUR ERLANGUNG DER

WÜRDE EINES DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

GENEHMIGTE

PROMOTIONSARBEIT

VORGELEGT VON

MICHIEL DE WIT,

DIPL. MASCH.-ING.

/11

AUS HAARLEM

Referent: HERR PROF. DR. A. SCHWEITZER.
Korreferent: HERR PROF. DR. P. WEISS.



536.5

1. 3. 2000

DEM ANDENKEN MEINES LIEBEN VATERS
IN DANKBARKEIT GEWIDMET.

INHALT.

	Seite
I. EINLEITUNG	1
Ziel der Arbeit.	
II. DAS UNTERSUCHTE MATERIAL	5
III. UNTERSUCHUNGSMETHODEN	6
IV. DIE VERSUCHE	8
A. VERSUCHE AN RELATIV DICKEN DRÄHTEN.	
1 ^e . Versuchsanordnung für die Kupferdrähte:	
a. Durchmesser $\phi = 2,00$ mm. und $\phi = 1,10$ mm.	8
b. Durchmesser $\phi = 0,49$ mm.	14
2 ^e . Temperaturerhöhung des Drahtes in Funktion der	
Zeit, für konstante Stromstärken	15
Aufstellung der Temperaturgleichung; Bestimmung der Konstanten a und b .	
3 ^e . Beziehung der sekundlich abgegebenen Wärmemengen zur Temperaturdifferenz zwischen Leiter und Luft.	24
Bestimmung des Faktors h in Funktion der Temperaturdifferenz. Analytische Form der Beziehung zwischen sekundlicher Wärmemenge und Temperaturdifferenz.	

INHALT.

	Seite
B. VERSUCHE AN DÜNNEN FÄDEN	33
1 ^e . Versuchsanordnung	33
2 ^e . Bestimmung des Faktors h .	
a. Für die Platindrähte $\phi = 0,0308$ mm. und $\phi = 0,0206$ mm.	51
b. Für den Platindraht $\phi = 0,0150$ mm. . . .	54
α . Bei horizontaler und vertikaler Stellung . .	55
β . Bei verschiedenen Temperaturen der umge- benden Luft	56
3 ^e . Ableitung der Grösse der Wärmeleitfähigkeit der Luft aus den Resultaten	60
V. VERGLEICH MEINER RESULTATE MIT DEN VON ANDEREN FORSCHERN GEFUNDENEN WERTEN	77
VI. ZUSAMMENFASSUNG DER RESULTATE	80

I. EINLEITUNG.

Die vorliegende Arbeit ist das Resultat meiner Studien über Wesen und Grösse der Wärmeabgabe erhitzter, sich in ruhender Luft befindender Leitungsdrähte. Hierbei habe ich mich nur auf blanke Drähte von rundem Querschnitt beschränkt, welche ich durch Hindurchschicken eines elektrischen Stromes erwärmte.

Es waren hauptsächlich folgende Untersuchungen vorzunehmen.

- 1^e. Wie verhält sich für einen bestimmten Drahtdurchmesser die Wärmeabgabe zu der Temperaturdifferenz zwischen Draht und umgebender Luft?
- 2^e. Welchen Einfluss hat hierbei die absolute Grösse der Lufttemperatur?
- 3^e. Welchen Einfluss hat die Stellung des Drahtes (horizontal oder vertikal)?
- 4^e. Wie ändert sich die unter 1^e. genannte Beziehung mit dem Durchmesser des Drahtes?

Meine ersten Untersuchungen galten der Gesamtwärmeabgabe, und rechnete ich dabei mit der bekannten Formel:

$$W = h \cdot O \cdot (t_1 - t_2) \cdot z.$$

Hierin ist:

W = die totale durch Radiation, Konvektion und Leitung abgegebene Wärmemenge, ausgedrückt in gr. Cal.

O = die Oberfläche des Leiters, ausgedrückt in cm^2 .

t_1 = die Temperatur des Leiters in Celsius-Graden.

t_2 = die Temperatur der umgebenden Luft in Celsius-Graden.

z = die Zeit in Sekunden.

h = der äussere Wärmeleitungscoefficient.

Oft wird hierbei der Faktor h als konstant angesehen, was für

viele, in der Praxis vorkommende Fälle auch erlaubt ist. Handelt es sich aber um Leitungen von ganz kleinem Durchmesser, oder sind die Temperaturdifferenzen gross, dann darf diese Annahme nicht gemacht werden.

Einen Fall, wo ein ganz kleiner Durchmesser des Leiters Verwendung findet, bieten die Hitzdrahtinstrumente.

Da meines Wissens für solche Spezialfälle noch wenig genauere Untersuchungen gemacht worden sind, und doch zuverlässige Angaben in dieser Richtung sehr wünschenswert wären, wurde ich zu näherer Untersuchung solcher Fälle veranlasst. Ich bestimmte λ für ganz feine Drähte und ging dabei bis auf einem Durchmesser von 0,0150 mm. herunter.

Gesonderte Untersuchungen der Radiation und der Konvektion führte ich nicht aus, da bei ganz feinen Fäden die Wärmeleitung, wie wir später sehen werden, stark überwiegt, sodass fast alle Wärme durch Leitung abgeführt wird. Es war um so mehr motiviert, keine eingehenden Messungen über Radiation und Konvektion zu machen, weil über den ersteren Fall schon sehr genaue Versuche von Prof. Dr. H. F. WEBER ¹⁾ und von STEFAN ²⁾ vorliegen.

WEBER stellte folgendes Gesetz auf:

$$S = C \cdot F \cdot (e^{\alpha \cdot T_1} \cdot T_1 - e^{\alpha \cdot T_2} \cdot T_2)$$

Hierin ist:

S = die Strahlungswärme in gr. Cal. pro Sec.

F = die Oberfläche des strahlenden Körpers in cm^2 .

α = ein Temperaturkoeffizient, welcher für alle festen Körper konstant ist.

T = die absolute Temperatur des strahlenden Körpers in Celsius-Graden.

T_2 = die absolute Temperatur der Umgebung des Körpers in Celsius-Graden.

C = eine Konstante der Strahlung, welche für jeden Körper verschieden ist.

Diese Formel zeigt sehr gute Uebereinstimmung mit Messungen,

¹⁾ Berl. akad. Ber. 2. 1888 p. 933.

²⁾ Wien. Ber. (1) 79. 1879 p. 391.

die von WEBER und von anderen Forschern ¹⁾ gemacht wurden.

Stefan leitete folgende Formel ab:

$$S = c \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

S , T_1 und T_2 haben hier dieselbe Bedeutung wie in dem Weber'schen Gesetz.

c ist wieder eine Konstante der Strahlung.

Diese Formel soll nach Seiler weniger gute Resultate liefern.

Was die Konvektion anbetrifft, so liegen meines Wissens nur wenige Arbeiten über dieses Gebiet vor.

Dr. W. LULOFs ²⁾ stellte nach einer theoretischen Ueberlegung für die Konvektion, die an einer vertikalen ebenen Wandung auftritt, die Gleichung auf:

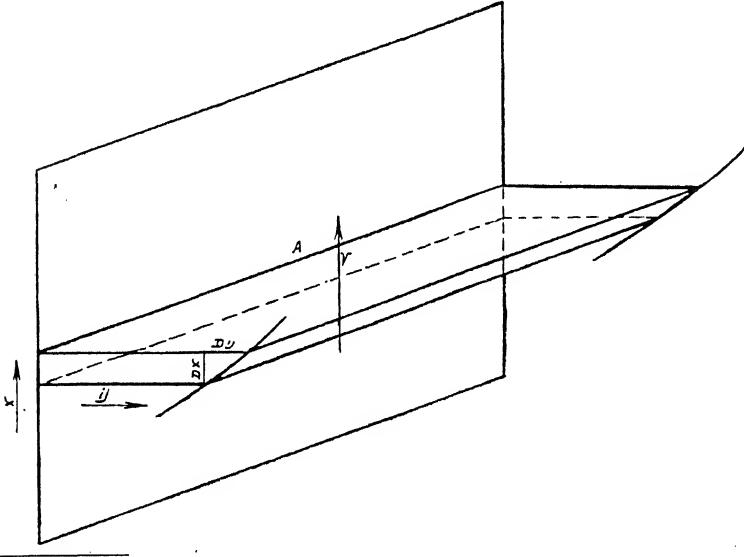
$$W_{konv.} = 54 \cdot \sqrt{\frac{v}{b}} \cdot 10^{-4} \text{ (Watt sec. pro cm.}^2 \text{ und } ^\circ \text{C).}$$

Es ist hierin:

v = die Stärke der Luftströmung in cm./sec.

b = die Höhe der erhitzten Wand in cm.

Er kam dazu in folgender Weise.



¹⁾ SEILER. Ueber die Abhängigkeit der Wärmestrahlung erhitzter Metalldrähte von der Temperatur und vom Luftdruck. Diss. Zürich 1898.

²⁾ Dr. W. LULOFs „De Ingenieur“ 1. 1910 p. 8.

Angenommen es bestehe ein linearer Temperaturabfall der Luft in einer Richtung senkrecht zur Wandebene, so wird die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit aus einem Wandsegment $a \cdot dx$ strömt, gleich sein:

$$W = \frac{T_1}{y} \cdot \lambda \cdot a \cdot dx$$

T_1 = die Temperaturdifferenz zwischen der Wand und der Luft.

y = die Dicke der erwärmten Luftschicht an dieser Stelle.

λ = der Wärmeleitungscoefficient der Luft.

(Nach der „Hütte“ $\lambda = 0,02$ m. Stund. Kg. Cal.)

Dieses umgerechnet in Watt. sec. und cm. ergibt:

$$W = \frac{a \cdot dx}{y} \cdot 2,3 \cdot 10^{-4} \cdot T_1 \quad 1)$$

Nimmt man weiter an, die spezifische Wärme der Luft und auch ihr Gewicht seien für jede Temperatur konstant und zwar:

Spez. Wärme = 0,237 gr. Cal.

Gew. pro m³. = 1,293 Kg.

so wird der Teil der erwärmten Luftschicht, welcher sich vor dem betrachteten Wandsegment befindet, im Beharrungszustande folgende Wärmemenge aufgenommen haben: (in Watt sec. und cm.)

$$W = a \cdot dx \cdot \frac{T_1}{2} \cdot y \cdot 1,28 \cdot 10^{-3}$$

Beim Aufsteigen dieser Luftmasse um eine Strecke dx , wird auch ihre aufgenommene Wärmemenge zunehmen:

$$dW = \frac{T_1}{2} \cdot dx \cdot dy \cdot a \cdot 1,28 \cdot 10^{-3}$$

Für eine Luftgeschwindigkeit von 100. v cm./sec. wird die Zunahme der betrachteten Wärmemenge in der Secunde sein:

$$W = 1,28 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{T_1}{2} \cdot dy \cdot a \cdot 100 \cdot v \quad 2)$$

Aus der Gleichstellung der Gleichungen 1) und 2) erhält er dann das vorher genannte Resultat. Diese Formel muss aber einigermassen mit Vorsicht betrachtet werden, denn zu deren Aufstellung sind

einige sehr gewagten Annahmen gemacht worden; ausserdem ist die Gültigkeit der Formel auf eine ebene vertikale Wandung beschränkt.

Vergleiche ¹⁾ mit Versuchen, die von Herrn BARLOW im Laboratorium der Birmingham University durchgeführt wurden, sollen aber gute Uebereinstimmung geben.

Der zweite Teil meiner Untersuchungen galt der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit der Luft. Wie gesagt, besteht bei einem ganz dünnen Faden die Wärmeabgabe fast ausschliesslich aus Wärmeleitung. Hierdurch konnte ich nach Messung der vom Faden abgegebenen Wärmemenge, rechnerisch die Grösse der Wärmeleitfähigkeit der Luft bestimmen.

II. DAS UNTERSUCHTE MATERIAL.

Das mir zuerst von Herrn Prof. WEBER zur Verfügung gestellte Material bestand aus einer Serie Kupferdrähte vom Durchmesser $\phi = 2,00$ mm.; $\phi = 1,10$ mm. und $\phi = 0,490$ mm.

Diese Drähte sollten möglichst konstanten Querschnitt und gleichmässige Oberflächenbeschaffenheit haben, um genaue und gut vergleichbare Versuchsergebnisse zu geben; deshalb machte ich meine Untersuchungen sofort, nachdem ich sie frisch von der Fabrik bezogen. Kupfer hat bekanntlich die unangenehme Eigenschaft, sehr leicht zu oxydieren und besitzt ausserdem relativ wenig Widerstandsfähigkeit äussern Formänderungen gegenüber, sodass man bei älteren Drähten riskieren würde, sowohl eine ungleichmässige Oberfläche, als auch einen nicht an allen Stellen konstanten Querschnitt zu bekommen.

Nach Beendigung der Versuche an diesen Drähten benutzte ich die folgende Serie Kupferdrähte, welche alle von der Firma HARTMANN & BRAUN bezogen und frisch hergestellt waren:

¹⁾ „De Ingenieur“ 1. 1910 p. 10.

$$\begin{aligned} \phi &= 0,0410 \text{ mm.}; & \phi &= 0,0300 \text{ mm.}; & \phi &= 0,0250 \text{ mm.}; \\ \phi &= 0,0208 \text{ mm.}; & \phi &= 0,0179 \text{ mm.}; & \phi &= 0,0150 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Die genannten Durchmesser sind die, welche von der Firma angegeben waren; da aber diese keine Gewähr leistet für die absolute Richtigkeit dieser Angaben, so kann man diese nur als ein ungefähres Mass der Durchmesser ansehen. Im Verlauf der Messungen zeigte sich, dass Kupfer sich als Material für so dünne Versuchsdrähte wegen seiner geringen Beständigkeit und anderer nachteiliger Eigenschaften nicht gut eignet. Deshalb stellte ich die Messungen an dieser Drahtserie ein und erhielt eine Serie Platindrähte, ebenfalls geliefert von HARTMANN & BRAUN.

Die Fabrik gab als Durchmesser an:

$$\phi = 0,0308 \text{ mm.}; \quad \phi = 0,0206 \text{ mm.} \text{ und } \phi = 0,0150 \text{ mm.}$$

Dieselben sind aber auch für dieses Material nur ungefähr richtig.

III. UNTERSUCHUNGSMETHODEN.

Wie aus meiner Einleitung zu ersehen ist, bestehen die Versuche hauptsächlich aus Messungen der von den Drähten abgegebenen Wärmemengen und aus Messungen der Temperaturdifferenzen zwischen Draht und umgebender Luft.

Die abgegebenen Wärmemengen wurden bei allen Versuchen bestimmt nach dem Jouleschen Gesetz.

$$\text{Wärme/Sec.} = \frac{i^2 \cdot \Delta p^v}{4,19} \text{ gr. Cal.}$$

Es war hierfür also nötig, die Grösse des den Leiter durchflossenen Stromes und die Spannung an den Enden des Leiters zu messen. Die Temperaturdifferenzen zwischen Leiter und Luft wurden bei den dickeren Drähten mit Thermoelementen bestimmt, deren eine Lötstelle in ein ganz feines, in den Leiter gebohrtes Loch

eingelötet war, die andere Lötstelle war in gleicher Weise an einem in gewisser Distanz sich befindenden nicht geheizten Kupferdraht befestigt, welcher also die Lufttemperatur besass.

Bei den dünneren Drähten, wo das Einlöten eines Thermoelementes nicht mehr möglich war, wurde die Temperatur des Drahtes aus der Grösse des Drahtwiderstandes bestimmt.

$$w_t \Omega = \frac{\Delta p^v}{i^a}$$

unter Benutzung der Gleichungen:

$$w_t = w_o (1 + \alpha \cdot t) \quad (\text{für Kupferdrähte})$$

$$w_t = w_o (1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2) \quad (\text{für Platindrähte})$$

Die Grösse der Lufttemperatur wurde dann in verschiedener Weise, je nach der Versuchsanordnung, gemessen. Bei den mitteldünnen Drähten, welche aber noch genügende Zugfestigkeit hatten, um frei im Versuchsraum aufgespannt werden zu können, wurde die Lufttemperatur direct an Quecksilberthermometern abgelesen.

Die allerdünnsten Drähte dagegen mussten ihrer leichten Zerreisbarkeit wegen in Kupferröhren aufgespannt werden. Die Temperatur der an der inneren Rohrwand grenzenden Luftschicht war dabei fast dieselbe, wie die des Rohres. Deshalb konnte ich ohne grössere Fehler zu begehen überall statt dieser Lufttemperatur die Rohrtemperatur messen. Bei den ersten Messungen dieser Art lag das Rohr in Luft von Zimmertemperatur. Die Rohrtemperatur mass ich mit einem Quecksilberthermometer, welches ich mit seiner Kugel aussen an die Mitte des Rohres anlegte. Rohr und Kugel umwickelte ich zur Isolierung von der Zimmertemperatur mit Watte.

Bei den späteren Messungen, wo speziell auf möglichst genaue Resultate gesehen werden musste, legte ich das Rohr in Eis und brachte damit seine Temperatur auf null Grad.

Bei den allerletzten Versuchen sollte die Lufttemperatur und hiermit die Rohrwandtemperatur eine höhere sein als bei den vorherbeschriebenen. Zu diesem Zweck brachte ich um das Rohr herum eine Heizspirale aus mit Asbest umwickeltem Nickelindraht an und verpackte dann das ganze zur besseren Wärmeisolierung in Kieselgur. Die Rohr-

wandtemperatur wurde hierbei mit Hilfe eines Eisen-Konstantan-Thermoelementes bestimmt, dessen eine Lötstelle in ein kleines in die Rohrwand gebohrtes Loch eingestemmt wurde, während die andere in Eis lag.

Die Methode der Temperaturbestimmung des Drahtes aus dem Widerstand habe ich nur da angewandt, wo die zuerst angegebene Methode, welche was die Genauigkeit anbetrifft, besonders für kleine Temperaturdifferenzen, die bessere ist, nicht mehr durchführbar war. Es musste deshalb bei den Temperaturmessungen aus dem Drahtwiderstand die grösstmögliche Sorgfalt angewandt werden, besonders bei den dünnsten Drähten waren nur Mittelwerte aus vielen Messungen brauchbar.

IV. DIE VERSUCHE.

A. VERSUCHE AN RELATIV DICKEN DRÄHTEN.

Die Untersuchungen an diesen Drähten waren zweierlei Art:

Erstens bestimmte ich, nach welchem Gesetz, die Temperatur eines Leiters, von einem konstanten Strom durchflossen, zunimmt in der Zeit zwischen dem Einschalten des Stromes und dem Zeitpunkt wo praktisch eine konstante Leitertemperatur auftritt.

Zweitens sollte für jeden Draht die Beziehung der sekundlich abgegebenen Wärmemenge zur Temperaturdifferenz zwischen Leiter und umgebender Luft für den Fall, wo praktisch die Leitertemperatur konstant geworden war, bestimmt werden.

1°. VERSUCHSANORDNUNG FÜR DIE KUPFERDRÄHTE.

- a. *Versuchsanordnung für die Kupferdrähte:* $\phi = 1,10 \text{ mm.}$ und $\phi = 2,00 \text{ mm.}$

Am einen Ende eines langen Ganges war der Messtisch aufgestellt; von hier lief der Versuchsfaden der ungefähr 47 m. lang

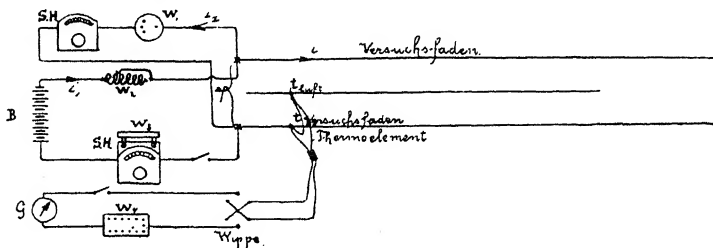
war, bis zum anderen Gange und wieder zurück zum Messtisch. Die Distanz zwischen beiden ausgespannten Leiterhälften war 1,5 m. In der Mitte zwischen diesen beiden Hälften, ihnen parallel war ein Kupferdraht ausgespannt. Dieser Draht zeigte die Temperatur seiner Umgebung und damit möglichst genau die mittlere Temperatur der Umgebung des Versuchsfadens.

Dieser Mittelleiter enthielt eine der beiden Lötstellen des Thermoelementes, die andere war am Versuchsfaden angebracht. Gebraucht wurde ein Eisen Konstantan-Thermoelement, welches sich besonders gut zur Messung von nicht sehr hohen Temperaturdifferenzen eignet, erstens wegen der verhältnissmässig hohen thermoelektromotorischen Kraft und zweitens wegen der ungefähren Proportionalität zwischen Temperaturdifferenz und elektromotorische Kraft. (Sehe die Kurven 1, 2 und 3 von Tafel S. 12).

Die beiden Lötstellen dieses Thermoelementes waren scharf zugespitzt, damit beim Einlöten in die zu untersuchenden Leitungen möglichst wenig vom Leitungsmaterial weggenommen zu werden brauchte. Ausserdem waren sie hartgelötet, um zu verhindern, dass sie beim Ein- und Auslöten an den Drähten, welches mit Zinn geschah, auseinander gingen.

Da die elektrischen Ströme im Versuchsfaden eine störende Wirkung auf die Ausschläge des Galvanometers ausübten, so schaltete ich eine aus wenigen Windungen bestehende Spule, mit dem Versuchsfaden in Serie. Hiermit wurde die Wirkung des Stromes im Leiter auf das Galvanometer aufgehoben. Die richtige Stellung dieser Spule musste durch allmähliches Verdrehen und Verschieben gefunden werden.

Die schematische Darstellung der Versuchsanordnung ist in folgender Skizze gegeben.



Der Stromkreis rechts ist der Versuchsfaden und in der Mitte die Leitung, welche die Lufttemperatur angeben soll.

Oben links ist der Spannungsmesskreis. Hierin sind eingeschaltet ein Milliampèremeter von SIEMENS & HALSKE und ein Widerstand von derselben Firma.

Mitte links ist der Strommesskreis. Es sind hier eingeschaltet ein Ausschalter, ein Milliampèremeter von S. & H. mit Nebenschlusswiderstand, die Batterie und ein Regulierwiderstand.

Unten links ist der Temperaturmesskreis. Eingeschaltet sind ein Thermoelement, eine Wippe, ein Widerstandskasten, ein Galvanometer und ein Ausschalter.

Das zur Bestimmung der Drahttemperatur gebrauchte Galvanometer war von der Firma HARTMANN & BRAUN; es war ein vier-spuliges, astatisches Galvanometer mit Ringmagneten. Bei den Galvanometermessungen wurde die subjektive Methode angewandt, d. h. die Ausschläge wurden vermittelt Spiegel, Fernrohr und Skala abgelesen. Ich mass die Ausschläge ballistisch, dabei wechselte ich die Stromrichtung mit Hülfe der Wippe.

Der Galvanometerdrehwinkel wird wie folgt aus der Grösse der Ablesung bestimmt.

Es sei;

x = der Drehwinkel des Spiegels.

d = die Entfernung zwischen Skala und Spiegel.

s = die Ablesung an der Skala.

So haben wir:

$$\operatorname{tg}(2x) = \frac{s}{d}$$

oder:

$$x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{s}{d}$$

Dieses Resultat in einer Reihe entwickelt, gibt:

$$x = \frac{1}{2} \left\{ \frac{s}{d} - \frac{1}{3} \frac{s^3}{d^3} + \frac{1}{5} \frac{s^5}{d^5} - \frac{1}{7} \frac{s^7}{d^7} + \dots \right\}$$

Für die gebräuchlichen Galvanometerausschläge können wir uns begnügen mit:

$$x = \frac{1}{2d} \left\{ s - \frac{s^3}{3d^2} \right\}$$

Man kann $\frac{s^3}{3d^2}$ gewissermassen als eine Korrektur ansehen, welche man an der Ablesung anbringen muss, um daraus durch Multiplikation mit $\frac{1}{2d}$ den Drehwinkel des Galvanometers zu bekommen.

Um die Empfindlichkeit des Thermoelementes zu kennen, muss dieses Instrument erst geeicht werden, das heisst, es müssen die E. M. K. bestimmt werden, welche für bestimmte Temperaturdifferenzen zwischen den Lötstellen im Thermoelement entstehen. Bei dieser Eichung wurde die eine Lötstelle durch Einlegen in schmelzendes Eis auf 0° Celsius gebracht, während die andere in einem mit Wasser gefüllten zylindrischen Gefässe steckte.

Dieses letztere war in einem zweiten ebenfalls mit Wasser gefüllten Gefäss untergebracht. Vermittelst eines Bunsenbrenners wurde die Wassertemperatur im Innengefäss auf der verlangten Höhe gehalten und durch fleissiges Rühren des Wassers, sowie durch nahes Zusammenbringen von Thermometerkugel und Thermoelementspitze dafür gesorgt, dass beide möglichst genau gleiche Temperatur hatten. Die Widerstände im Galvanometerkreis bei dieser Eichung und bei den späteren Messungen waren genau die gleichen, sodass die Messungen ohne weiteres vergleichbar waren.

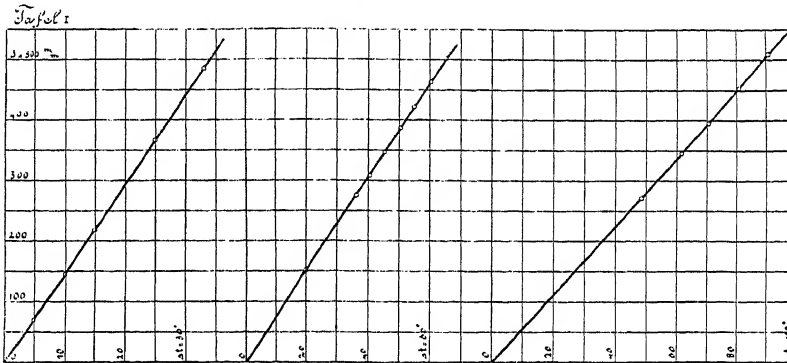
Um möglichst genaue Resultate zu bekommen, wurde für drei verschiedenen Empfindlichkeiten des Galvanometers eine Eichkurve gemacht. Die verschiedenen Empfindlichkeiten wurden hergestellt durch Auseinander- oder Zusammenschieben der Galvanometerspulen. Die grösste Empfindlichkeit wurde verwendet für Temperaturdifferenzen zwischen 0° und 35°; die mittlere für Messungen zwischen 35° und 65° und die kleinste für Messungen zwischen 65° und 100°. Zum Uebergang der einen Empfindlichkeit in die andre wurden für Temperaturdifferenzen aus dem Endgebiet der vorher verwendeten Empfindlichkeit die neuen Ausschläge gemessen, und

so das Ausschlagsverhältnis von alter und neuer Empfindlichkeit bestimmt.

Bei den für diese Aichungen benötigten Thermometermessungen sind folgende Korrekturen vorgenommen;

- 1°. Eine Korrektur der Ablesung wegen nicht genauer Richtigkeit der Nullage.
- 2°. Eine Korrektur der Ablesung wegen teilweisen Herausragens des Quecksilberfadens aus der Flüssigkeit.

Die Messungen für jede Temperaturdifferenz wurden mehrere Male wiederholt. Die Mittelwerte wurden nach Anbringung der erwähnten Korrekturen graphisch aufgetragen.



Die Betrachtung dieser Tafel lehrt uns, dass die erhaltenen Kurven sich am besten durch quadratische Gleichungen werden darstellen lassen, also ihre analytische Gestalt folgende sein muss.

$$S = a \cdot \Delta t + b \cdot \Delta t^2.$$

Die Berechnung der Gleichungen nach dieser Form ergab:

- für die erste Kurve $S = 14,30 \cdot \Delta t + 0,0170 \cdot \Delta t^2$
 für die zweite Kurve $S = 7,409 \cdot \Delta t + 0,00497 \cdot \Delta t^2$
 für die dritte Kurve $\left\{ \begin{array}{l} 1) S = 5,404 \cdot \Delta t + 0,00450 \cdot \Delta t^2 \\ 2) S = 5,620 \cdot \Delta t \end{array} \right.$

Die dritte Kurve liess sich nicht mehr durch eine einzelne Gleichung darstellen, denn von 50° aufwärts an wird die Kurve eine Gerade. Gleichung 1) ist daher gültig für Temperaturen zwischen 0° und 50°; Gleichung 2) für die zwischen 50° und 100°.

In den folgenden Tabellen ist zu jeder Temperaturdifferenz, neben dem gemessenen Wert auch der nach obigen Gleichungen berechnete Wert der E. M. K. gegeben, sowie die Differenz zwischen beiden.

Erste Kurve. $S = 14,30 \cdot \Delta t + 0,0170 \cdot \Delta t^2$

Δt°	mm. $S_{gem.}$	mm. $S_{ber.}$	mm. Differ.
5	71,6	71,9	— 0,3
10	145,1	144,7	+ 0,4
15	218,9	218,3	+ 0,6
20	293,8	292,8	+ 1,0
25	368,7	368,1	+ 0,6
30	444,0	444,3	— 0,3
35	518,9	521,3	— 2,4

Zweite Kurve. $S = 7,409 \cdot \Delta t + 0,00497 \cdot \Delta t^2$

Δt°	mm. $S_{gem.}$	mm. $S_{ber.}$	mm. Differ.
10	74,4	74,6	— 0,2
20	150,5	150,2	+ 0,3
30	227,6	226,6	+ 1,0
40	305,0	304,2	+ 0,8
50	384,4	383,1	+ 1,3
60	461,2	462,4	— 1,2
65	499,1	502,7	— 3,6

Dritte Kurve. $S = 5,404 \cdot \Delta t + 0,00450 \cdot \Delta t^2$
 $S = 5,620 \cdot \Delta t$

Δt°	mm. $S_{gem.}$	mm. $S_{ber.}$	mm. Differ.
10°	54,4	54,4	0,0
20°	110,0	109,8	+ 0,2
30°	166,4	166,2	+ 0,2
40°	223,0	223,4	— 0,4
50°	281,2	281,0	+ 0,2
60°	337,0	337,2	— 0,2
70°	393,8	393,4	+ 0,4
80°	450,0	449,6	+ 0,4
90°	506,0	505,8	+ 0,2
100°	561,0	562,0	— 1,0

b. Versuchsanordnung für den Kupferdraht $\phi = 0,490 \text{ mm.}$

Die Anordnung dieser Versuche war genau die gleiche wie vorher, nur fielen Thermoelement und Galvanometerleitung weg. Es war nämlich bei dem Faden nicht mehr möglich, ein Thermoelement einzulöten. Hier wurden also die Temperaturen des Drahtes und der Luft jede für sich bestimmt, erstere aus der Grösse des Drahtwiderstandes, letztere aus den Angaben von drei Quecksilberthermometern, welche in gleichen Abständen am vorher besprochenen Mittelleiter aufgehängt waren. Für das Material Kupfer kann man mit genügender Genauigkeit setzen:

$$w_t = w_0 (1 + \alpha \cdot t)$$

Zur Bestimmung der Drahttemperatur müssen wir also die Materialkonstanten ω_0 und α kennen.

Zu dem Zweck wurde ein Drahtstück von der Länge 4,253 m. verwendet, welches auf einen Holzrahmen aufgewickelt war. Der Widerstand dieses Drahtstückes wurde aus Strom- und Spannungsmessung bestimmt, zuerst bei 0° , wobei der Faden in einem Gefäß mit Eis lag, und nachher bei Zimmertemperatur in einem Petrolbad. Jede Messung wurde mehrere Male wiederholt, jedesmal für eine andere Stromstärke.

Die Mittelwerte aus den Widerstandsmessungen lauten:

$$\text{für } t = 0^\circ \quad w = 0,3553 \, \Omega$$

$$\text{für } t = 20^\circ,70 \quad w = 0,3870 \, \Omega$$

Der Querschnitt des Fadens ist:

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot 0,490^2 = 0,1885 \, \text{mm.}^2$$

Hiernach wird:

$$\omega_0 = 0,01574$$

$$\alpha = 0,004295$$

Der Faden, welcher bei den Wärmeabgabeversuchen benutzt wurde war 46,63 m. lang.

Sein Widerstand w_0 ergibt sich daher zu:

$$w_0 = \frac{l}{Q} \cdot \omega_0 = \frac{46,63}{0,1885} \cdot 0,01574 = 3,895 \, \Omega$$

und seine Widerstandsgleichung wird:

$$w_t = 3,895 (1 + 0,004295 t)$$

2°. TEMPERATURERHÖHUNG DES FADENS IN FUNKTION DER ZEIT, FÜR KONSTANTE STROMSTÄRKEN.

Aufstellung der Beziehung zwischen Temperatur und Zeit.

Schickt man durch einen Leiter einen konstanten Strom, so wird zu jeder Zeit die Wärmebilanz des Leiters ausgedrückt werden können durch die Gleichung:

$$m \cdot c \cdot dt_1 = \frac{i \cdot \Delta p \cdot dz}{I} - h \cdot O (t_1 - t_2) \cdot dz.$$

Hierin ist:

m = die Masse des Leiters.

c = die spez. Wärme des Leitungsmaterials.

t_1 = die Temperatur des Leiters.

t_2 = die Temperatur der umgebenden Luft.

z = die Zeit.

I = das mechanische Wärmeäquivalent.

O = Oberfläche des Leiters.

h = der äussere Wärmeleitungskoeffizient, den wir hier konstant ansehen wollen.

Die linke Hälfte dieser Gleichung stellt die Zunahme des Wärmehalts des Leiters nach Verlauf der Zeit dz dar.

Der Ausdruck $\frac{i \cdot \Delta p \cdot dz}{I}$ auf der rechten Seite der Gleichung zeichnet die in der Zeit dz vom Strom im Leiter produzierte Joule'sche Wärme.

Das letzte Glied unserer Gleichung gibt die in derselben Zeit nach aussen abgegebene Wärmemenge an.

Durch Umformen der Gleichung entsteht:

$$\frac{dt_1}{\frac{i \cdot \Delta p}{I \cdot h \cdot O} - (t_1 - t_2)} = \frac{h \cdot O}{m \cdot c} \cdot dz.$$

Nennen wir: $\frac{i \cdot \Delta p}{I \cdot h \cdot O} = a$ und $\frac{h \cdot O}{m \cdot c} = b.$

Durch Integration bekommen wir:

$$-b \cdot z = \lg n [a - (t_1 - t_2)] + \lg n C.$$

Für $z = 0$ wird $t_1 = t_2$,

daher: $\lg n a = \lg n C.$

$$a - (t_1 - t_2) = a \cdot e^{-b \cdot z}.$$

und: $\Delta t = t_1 - t_2 = a (1 - e^{-b \cdot z})$

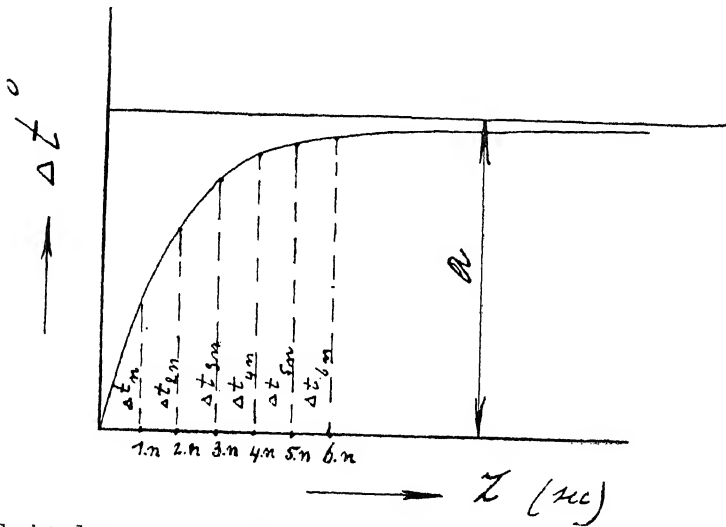
Der Beharrungszustand tritt ein für $z = \infty$:

es ist dann: $t_1 - t_2 = a = \Delta t$.

BESTIMMUNG DER KONSTANTEN a UND b .

a ist nichts anderes als die konstante Temperaturdifferenz zwischen Leiter und Luft, nachdem Beharrungszustand eingetreten ist.

b lässt sich in folgender Weise aus dem Verlauf der Erwärmungskurve des Leiters berechnen. Nehmen wir an, diese Kurve habe den nebenstehenden Verlauf.



Es ist dann:

$$\Delta t_{1n} = a (1 - e^{-b \cdot n})$$

ebenso

$$\Delta t_{2n} = a (1 - e^{-b \cdot 2n})$$

$$\Delta t_{2n} - \Delta t_{1n} = a \cdot e^{-b \cdot n} (1 - e^{-b \cdot n})$$

In gleicher Weise: $\Delta t_{3n} - \Delta t_{2n} = a \cdot e^{-b \cdot 2n} (1 - e^{-b \cdot n})$

Die Division beider Gleichungen gibt:

$$\frac{\Delta t_{2n} - \Delta t_{1n}}{\Delta t_{3n} - \Delta t_{2n}} = \frac{e^{-bn}}{e^{-b \cdot 2n}} =$$

Woraus folgt:

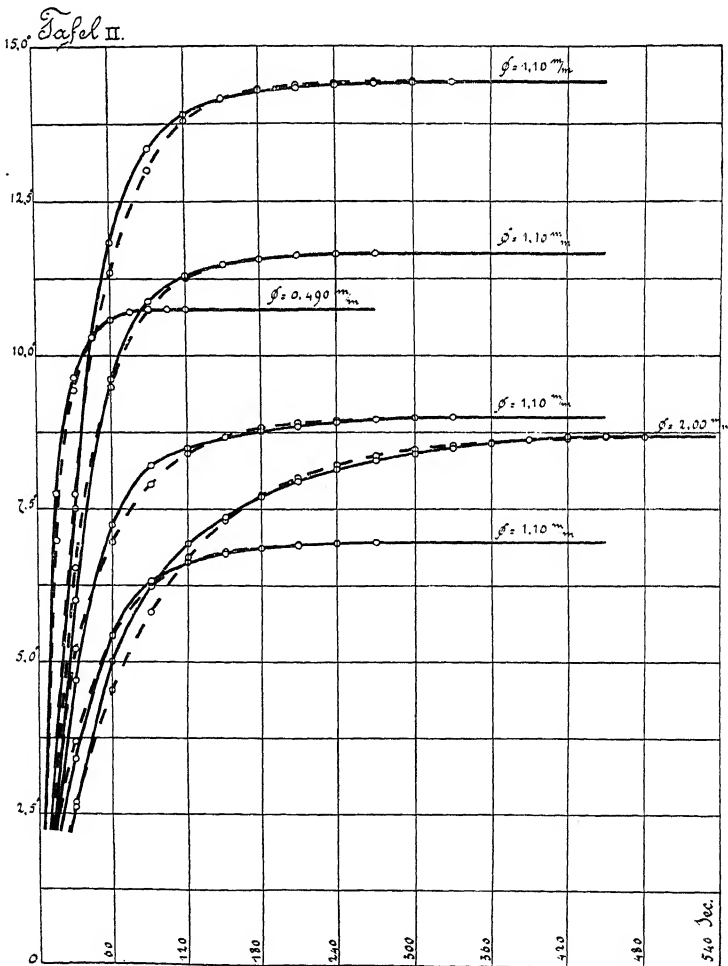
$$b = \frac{1}{n} \cdot \lg n \frac{\Delta t_{2n} - \Delta t_{1n}}{\Delta t_{3n} - \Delta t_{2n}}$$

Für verschiedene Stromstärken wurde jetzt die Messung des Temperaturverlaufs des Leiters ausgeführt. Für jede dieser Messungen ist die Gleichung nach der Form:

$$\Delta t = a(1 - e^{-bz})$$

berechnet worden.

Die Kurven, welche durch diese Gleichungen dargestellt werden, und die gemessenen Kurven sind beide zum Vergleich aufgezeichnet.



Wir finden, speziell im Anfang, einigermaßen abweichende Werte für $\Delta t_{\text{gemessen}}$ und $\Delta t_{\text{berechnet}}$; dies erklärt sich aber leicht, erstens weil h nicht absolut konstant ist und zweitens weil es sehr schwierig war, die Stromstärke während der kurzen Dauer des Versuches, so zu regulieren, dass sie konstant blieb.

Aus dem Verlauf der Kurven und aus den folgenden Tabellen sehen wir weiter noch, dass ein Draht für jede Stromstärke, vom Augenblick des Stromeinschaltens an, immer etwa gleich viel Zeit braucht um eine konstante Temperatur zu erreichen.

Dieses Resultat kann auch leicht analytisch abgeleitet werden. Wir fanden:

$$t_1 - t_2 = a(1 - e^{-b \cdot z})$$

Die Temperaturdifferenz wird theoretisch erst konstant, wenn $e^{-b \cdot z}$ gleich null wird, praktisch aber schon sobald dieser Ausdruck gleich $\frac{1}{1000}$ geworden ist; es muss hierfür $b \cdot z = 7$ sein.

Wir wissen:
$$b = \frac{h \cdot O}{m \cdot c}$$

Weiter ist: $O = 2 \pi r \cdot l$ und $m = \pi r^2 \cdot l \cdot \rho$.

worin l die Länge des Drahtes und ρ die Materialdichte ist. Wir erhalten für die Zeit folgenden Ausdruck.

$$z = \frac{7 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \rho \cdot c}{h \cdot 2 \pi r l} = \frac{7}{2} \cdot \frac{r \cdot \rho \cdot c}{h}$$

Wir sehen, es kommen hierin nur Grössen vor, welche von der Stromstärke und also von der Leitertemperatur nicht oder nur in geringem Mass abhängig sind.

Die Versuche ergeben beim Draht $\phi = 2,00$ mm. nach ungefähr acht Minuten, beim Draht $\phi = 1,10$ mm. nach ungefähr fünf Minuten und beim Draht $\phi = 0,49$ mm. nach ungefähr zwei Minuten eine konstante Temperatur.

Kupferdraht $\phi = 1,10$ mm.

$$i = 5,97^a$$

$$\Delta t = 6,96 (1 - e^{-0,0253 \cdot z})$$

$$i = 6,91^a$$

$$\Delta t = 9,00 (1 - e^{-0,0205 \cdot z})$$

Sec. Zeit.	$\Delta t_{gem.}^{\circ}$	$\Delta t_{ber.}^{\circ}$	Differ.	% Differ.	$\Delta t_{gem.}^{\circ}$	$\Delta t_{ber.}^{\circ}$	Differ.	% Differ.
30	3,40	3,69	— 0,29	— 8,53	4,69	5,21	— 0,52	— 11,10
60	5,43	5,42	+ 0,01	+ 0,18	7,24	6,96	+ 0,28	+ 3,86
90	6,32	6,23	+ 0,09	+ 1,42	8,21	7,89	+ 0,32	+ 3,90
120	6,62	6,63	— 0,01	— 0,15	8,49	8,40	+ 0,09	+ 1,06
150	6,77	6,80	— 0,03	— 0,44	8,67	8,68	— 0,01	— 0,12
180	6,86	6,89	— 0,03	— 0,43	8,77	8,83	— 0,06	— 0,68
210	6,91	6,93	— 0,02	— 0,29	8,85	8,91	— 0,06	— 0,68
240	6,94	6,95	— 0,01	— 0,14	8,92	8,95	— 0,03	— 0,34
270	6,96	6,96	0,—	0,—	8,96	8,97	— 0,01	— 0,11
300	6,96	6,96	0,—	0,—	8,99	8,99	0,—	0,—
330	—	—	—	—	9,00	9,00	0,—	0,—

1° Fall.

Die grösste pos. Differ. . = 1,42 %

Die grösste neg. Differ. . = 8,53 %

Die mittlere Differ. = — 0,84 %

2° Fall.

..... = 3,90 %

..... = 11,10 %

..... = — 0,38 %

Kupferdraht $\phi = 1,10$ mm.

$i = 7,91^a$

$\Delta t = 11,66 (1 - e^{-0,0280 \cdot z})$

$i = 8,86^a$

$\Delta t = 14,44 (1 - e^{-0,0256 \cdot z})$

Sec. Zeit.	$\Delta t_{gem.}^{\circ}$	$\Delta t_{ber.}^{\circ}$	Differ.	% Differ.	$\Delta t_{gem.}^{\circ}$	$\Delta t_{ber.}^{\circ}$	Differ.	% Differ.
30	6,00	6,53	— 0,53	— 8,83	7,50	7,73	— 0,23	— 3,07
60	9,61	9,49	+ 0,12	+ 1,25	11,86	11,35	+ 0,51	+ 4,31
90	10,88	10,73	+ 0,15	+ 1,38	13,36	12,99	+ 0,37	+ 2,77
120	11,30	11,26	+ 0,04	+ 0,35	13,90	13,79	+ 0,11	+ 0,79
150	11,48	11,47	+ 0,01	+ 0,09	14,15	14,14	+ 0,01	+ 0,07
180	11,57	11,58	— 0,01	— 0,09	14,28	14,30	— 0,02	— 0,14
210	11,63	11,63	0,00	0,00	14,34	14,37	— 0,03	— 0,21
240	11,65	11,65	0,00	0,00	14,38	14,41	— 0,03	— 0,21
270	11,66	11,65	+ 0,01	+ 0,09	14,40	14,43	— 0,03	— 0,21
300	11,66	11,66	0,00	0,00	14,42	14,44	— 0,02	— 0,14
330	—	—	—	—	14,44	14,44	—	—

1^e Fall.

Die grösste pos. Differ. . = 1,38 %

Die grösste neg. Differ. . = 8,83 %

Die mittlere Differ. = — 0,58 %

2^e Fall.

..... = 4,31 %

..... = 3,07 %

..... = + 0,36 %

Kupferdraht $\phi = 2,00$ mm.

$$i = 13,29^a$$

$$\Delta t = 8,69 (1 - e^{-0,0123 \cdot z})$$

Sec. Zeit	$\Delta t_{gem.}^{\circ}$	$\Delta t_{ber.}^{\circ}$	Differ.	% Differ.
30	2,61	2,68	— 0,07	— 2,68
60	5,01	4,53	+ 0,48	+ 9,59
90	6,23	5,81	+ 0,42	+ 6,74
120	6,93	6,70	+ 0,23	+ 3,32
150	7,37	7,31	+ 0,06	+ 0,81
180	7,70	7,74	— 0,04	— 0,52
210	7,95	8,03	— 0,08	— 1,01
240	8,15	8,23	— 0,08	— 0,98
270	8,29	8,37	— 0,08	— 0,96
300	8,40	8,47	— 0,07	— 0,83
330	8,49	8,54	— 0,05	— 0,59
360	8,57	8,58	— 0,01	— 0,12
390	8,64	8,62	+ 0,02	+ 0,23
420	8,68	8,64	+ 0,04	+ 0,46
450	8,69	8,66	+ 0,03	+ 0,35
480	8,69	8,67	+ 0,02	+ 0,23

Die grösste pos. Differ. = 9,59 %

Die grösste neg. Differ. = 2,68 %

Die mittlere Differ. = + 0,88 %

Kupferdraht $\phi = 0,490$ mm.

Hier musste die Grösse des Drahtwiderstandes zu jeder Zeit berechnet werden aus gleichzeitigen Ablesungen des Strom- und Spannungsmessers. Diese Methode hat aber den Uebelstand, nie ein absolut regelmässiges Ansteigen der Widerstandswerte liefern zu können. Dieses sprungweise Ansteigen der Werte kommt bei den aus den Widerständen berechneten Temperaturen in vergrösserten Masse vor. Die sich dadurch ergebenden Schwierigkeiten bei der Aufstellung der Temperaturgleichung, umging ich, indem ich zuerst die Temperaturkurve aufzeichnete und dann dieser Kurve die Werte zur Berechnung der Gleichung entnahm.

Zuerst gebe ich die Tabelle der gemessenen Temperaturdifferenzen.

Sec. Zeit.	i^a	Δp^v	v^Ω	t_1°	t_{luft}°	Δt°
15	2,741	11,90	4,340	26,55	18,80	7,75
30	2,721	11,90	4,373	28,51	„	9,71
45	2,711	11,89	4,382	29,09	„	10,29
60	2,711	11,89	4,382	29,09	„	10,29
75	2,711	11,89	4,382	29,09	„	10,29
90	2,706	11,89	4,393	29,78	„	10,98
105	2,706	11,88	4,390	29,56	„	10,76
120	2,701	11,88	4,395	29,91	„	11,11
135	2,701	11,87	4,390	29,56	„	10,76
150	2,701	11,87	4,390	29,56	„	10,76

Nachdem die neuen Werte für Δt der Kurve entnommen waren, konnte eine den vorhergehenden entsprechende Tabelle aufgestellt

$$i = 2,701^a$$

$$\Delta t = 10,76 (1 - e^{-0,0089 \cdot z})$$

Sec. Zeit.	$\Delta t_{gem.}^{\circ}$	$\Delta t_{ber.}^{\circ}$	Differ.	% Differ.
15	7,75	6,98	+ 0,77	+ 9,94
30	9,64	9,43	+ 0,21	+ 2,18
45	10,29	10,30	— 0,01	— 0,10
60	10,58	10,59	— 0,01	— 0,09
75	10,71	10,70	+ 0,01	+ 0,09
90	10,74	10,74	0,00	0,00
105	10,75	10,75	0,00	0,00
120	10,76	10,76	0,00	0,00
135	10,76	10,76	0,00	0,00
150	10,76	10,76	0,00	0,00

Die grösste pos. Differ. = 9,94 %.

Die grösste neg. Differ. = 0,10 %.

Die mittlere Differ. = + 1,20 %.

3°. BEZIEHUNG DER SEKUNDLICH ABGEGEBENE WÄRMEMENGE ZUR TEMPERATURDIFFERENZ ZWISCHEN LEITER UND LUFT.

Bestimmung des Faktors h in Funktion der Temperaturdifferenz

Wir stellten vorher die allgemeine Form der Wärmebilanzgleichung eines stromdurchflossenen Leiters auf.

Es war:

$$m \cdot c \cdot dt = \frac{i \cdot \Delta p \cdot dz}{I} - h \cdot \dot{O} \cdot (t_1 - t_2) dz$$

Betrachten wir jetzt den Fall, wo die Leitertemperatur eine kon-

stante Höhe erreicht hat; es wird dann die linke Hälfte der Gleichung null und h lässt sich folgendermassen ausdrücken.

$$h = \frac{i'' \cdot \Delta p''}{O \cdot (t_1 - t_2)} \text{ (gr. Cal. cm. } ^\circ\text{C.)}$$

Nach dieser Formel sind die h -Werte für die Drähte dieser Serie berechnet worden. Die Ablesungen fanden erst dann statt, wenn die Leitertemperatur sich nicht mehr änderte.

Kupferdraht $\phi = 2,00 \text{ mm.}$

$l = 46,96 \text{ m.; } O = 2950 \text{ cm}^2.$

i''	$\Delta p''$	Watt Effect	gr. Cal. Wärme pro Sec.	Δt°	h
2,65	0,711	1,88	0,449	0,50	0,000305
3,96	1,058	4,19	1,000	1,02	0,000333
5,78	1,559	9,01	2,150	1,99	0,000366
6,01	1,617	9,72	2,321	2,19	0,000360
7,13	1,928	13,75	3,280	2,96	0,000376
8,37	2,270	18,99	4,531	4,02	0,000382
9,96	2,715	27,05	6,450	5,49	0,000398
11,61	3,190	37,05	8,837	7,34	0,000408
15,91	4,470	71,10	16,95	13,67	0,000421
17,84	5,080	90,64	21,61	17,10	0,000428
19,20	5,511	105,8	25,22	19,81	0,000431
21,58	6,290	135,8	32,40	24,81	0,000443
22,98	6,806	156,3	37,30	27,69	0,000456
27,22	8,346	227,3	54,22	39,95	0,000460
31,49	9,967	314,0	74,92	54,22	0,000468
37,26	12,60	469,1	112,0	78,02	0,000487

Bei diesem Draht konnten keine Messung bei höheren Temperaturen gemacht werden, da der zur Verfügung stehenden Batterie keine grösseren Stromstärken entnommen werden durften.

Aus diesem Grunde konnten auch nur wenige Messungen im letzten Teil dieser Versuchsserie gemacht werden.

Kupferdraht $\phi = 1,10$ mm.

$l = 46,87$ m ; $O = 1620$ cm².

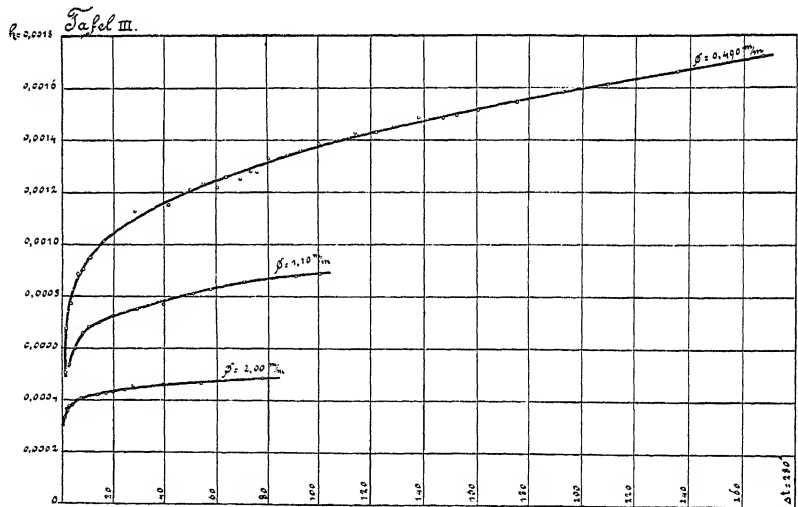
i^a	Δp^b	Watt Effect	gr. Cal. Wärme pro Sec.	Δt°	h
3,50	3,04	10,6	2,54	2,91	0,000539
4,93	4,31	21,2	5,07	5,19	0,000602
6,35	5,63	35,8	8,53	8,00	0,000658
7,43	6,66	49,5	11,81	10,66	0,000684
8,76	7,94	69,6	16,60	14,64	0,000701
10,34	9,54	98,6	23,53	19,95	0,000728
12,56	12,00	150,7	35,96	29,50	0,000752
14,57	14,37	209,3	49,86	39,96	0,000771
16,50	17,09	282,1	67,33	51,17	0,000812
17,56	18,60	326,8	77,95	58,00	0,000829
19,27	21,52	414,6	98,90	71,16	0,000858
20,48	23,27	476,8	113,9	80,52	0,000872
21,51	25,40	546,2	130,3	91,38	0,000880
22,49	27,29	613,2	146,3	100,98	0,000894

Kupferdraht $\varphi = 0,490$ mm.
 $l = 46,63$ m.; $O = 717,3$ cm².

i^a	Δp^v	Watt Effect	gr. Cal. Wärme pro Sec.	w^Ω	t_1°	t_2°	Δt°	h
0,695	2,95	2,05	0,489	4,24	21,19	19,85	1,34	0,000509
0,948	3,97	3,77	0,900	4,19	18,40	16,55	1,85	0,000678
1,410	6,03	8,50	2,03	4,28	23,50	19,85	3,65	0,000774
1,946	8,37	16,28	3,88	4,30	24,91	18,80	6,11	0,000886
2,290	10,05	23,02	5,49	4,39	29,79	21,35	8,44	0,000906
2,701	11,86	32,06	7,65	4,39	30,01	18,80	11,21	0,000952
3,31	14,80	49,0	11,69	4,47	34,89	18,80	16,09	0,001013
4,47	20,80	93,0	22,19	4,64	45,06	16,75	28,31	0,001129
5,43	26,90	146,0	34,9	4,95	63,51	21,32	42,19	0,001153
6,01	30,55	183,6	43,8	5,08	71,65	21,30	50,35	0,001213
6,29	32,5	204,3	48,8	5,17	76,37	21,30	55,07	0,001235
6,51	34,1	222,1	53,0	5,25	81,88	21,30	60,58	0,001220
6,75	35,9	242,3	57,8	5,31	85,36	21,30	64,06	0,001259
6,97	37,7	262,8	62,6	5,41	90,99	21,30	69,69	0,001254
7,19	39,4	283,4	67,6	5,47	95,00	21,40	73,60	0,001282
7,29	40,2	293,1	69,9	5,51	97,52	21,40	76,12	0,001280
7,63	42,3	323,3	77,1	5,55	99,85	19,12	80,73	0,001331
7,92	45,0	357	85,2	5,68	107,6	19,13	88,47	0,001343
8,14	47,0	383	91,2	5,77	112,7	19,15	93,55	0,001361
8,44	49,7	420	100,2	5,89	119,9	19,20	100,75	0,001387
8,71	52,5	457	109,1	6,02	127,9	19,3	108,6	0,001402
8,96	54,9	492	117,4	6,13	134,0	19,4	114,6	0,001429
9,17	57,3	526	125,5	6,26	141,8	19,5	122,3	0,001431
9,41	60,0	565	134,7	6,37	148,8	19,6	129,2	0,001455
9,73	63,5	618	147,5	6,52	158,0	19,6	138,4	0,001486
9,93	66,4	660	157,4	6,68	167,4	19,6	147,8	0,001485
10,07	68,2	687	164,0	6,77	172,6	19,6	153,0	0,001495
10,31	71,2	734	175,2	6,90	180,8	19,6	161,2	0,001514
10,69	76,5	818	195,2	7,15	195,9	19,6	176,3	0,001545
11,13	82,9	922	220,1	7,45	213,2	19,7	193,5	0,001585
11,48	88,6	1017	242,6	7,72	229,8	19,8	210,0	0,001612
12,01	98,1	1179	281,3	8,16	255,9	19,8	236,1	0,001661
12,63	109,6	1384	330,2	8,68	287,8	19,8	268,0	0,001718

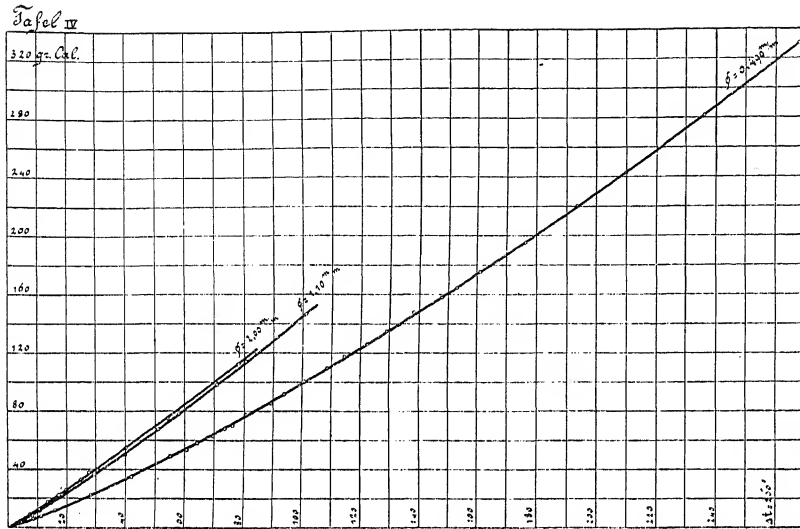
Wir konstatieren bei allen Drähten ein starkes Steigen von λ bei wachsender Temperaturdifferenz; ausserdem fällt ins Auge, dass der dünnste Draht für gleiche Temperaturdifferenzen viel grössere λ Werte hat als der mittlere Draht und dieser wieder grössere Werte als der dickste Draht. Diese Erscheinungen wird man bei allen folgenden Drähten immer wieder finden.

Die graphische Darstellung der λ Werte in Funktion der Temperaturdifferenz ist auf Tafel III gegeben.



Es sollte nun noch die analytische Form der Beziehung zwischen sekundlicher Wärmemenge und Temperaturdifferenz gefunden werden.

In dem Zweck zeichnete ich diese Wärmemengen in Funktion der Temperaturdifferenz auf.



Die Betrachtung dieser Kurven sagt uns, dass zu ihren analytischen Darstellung hauptsächlich zwei Gleichungsarten in Betracht kommen, es sind diese:

1° Exponentialgleichung: $W = a \cdot \Delta t^b$

2° Quadratische Gleichung: $W = a \cdot \Delta t + b \cdot \Delta t^2$

Um zu untersuchen welche der beiden Formen am besten der genannten Relation entspricht, sind in folgenden Tabellen die nach beiden Formen berechneten Wärmemengen verglichen mit den gemessenen. Die auftretenden Differenzen sind sowohl in gr. Cal., als auch in Prozenten der gemessenen Wärmemengen angegeben.

Aus den Resultaten der Messungen wurde erhalten für:

Kupferdraht $\phi = 2,00$ mm.

$$W = 1,011 \cdot \Delta t^{1,08}$$

$$W = 1,224 \cdot \Delta t + 0,00282 \cdot \Delta t^2$$

		Exponentialform.				Quadratische Form.		
Δt°	gr. Cal. $W_{gem.}$	gr. Cal. $W_{ber.}$	gr. Cal. Differ.	% Differ.		gr. Cal. $W_{ber.}$	gr. Cal. Differ.	% Differ.
0,50	0,449	0,479	— 0,030	— 6,69		0,613	— 0,164	— 36,52
1,02	1,000	1,033	— 0,033	— 3,30		1,252	— 0,252	— 25,20
1,99	2,150	2,122	+ 0,028	+ 1,30		2,447	— 0,297	— 13,82
2,19	2,321	2,356	— 0,035	— 1,51		2,694	— 0,373	— 16,08
2,96	3,28	3,26	+ 0,02	+ 0,61		3,65	— 0,37	— 11,29
4,02	4,53	4,55	— 0,02	— 0,44		4,97	— 0,44	— 9,72
5,49	6,45	6,36	+ 0,09	+ 1,39		6,80	— 0,35	— 5,43
7,34	8,84	8,70	+ 0,14	+ 1,58		9,13	— 0,29	— 3,28
13,67	16,95	16,97	— 0,02	— 0,12		17,25	— 0,30	— 1,77
17,10	21,61	21,73	— 0,12	— 0,56		21,74	— 0,13	— 0,60
19,81	25,22	25,49	— 0,27	— 1,07		25,35	— 0,13	— 0,52
24,81	32,40	32,39	+ 0,01	+ 0,03		32,12	+ 0,28	+ 0,86
27,69	37,30	36,40	— 0,90	— 2,41		36,05	+ 1,25	+ 3,35
39,95	54,22	54,10	+ 0,12	+ 0,22		53,37	+ 0,85	+ 1,57
54,22	74,92	75,51	— 0,59	— 0,79		74,65	+ 0,27	+ 0,36
78,02	112,0	111,5	+ 0,5	+ 0,45		112,69	— 0,69	— 0,62

1^e Fall.

2^e Fall.

Die grösste pos. Differ. . . = 1,58 % = 3,35 %
 Die grösste neg. Differ. . . = 6,69 % = 36,52 %
 Die mittlere Differ. = — 0,71 % = — 7,43 %

Kupferdraht $\phi = 1,10$ mm.

$$W = 0,783 \cdot \Delta t^{1,43}$$

$$W = 0,891 \cdot \Delta t + 0,0080 \cdot \Delta t^2$$

Δt°	Exponentialform.				Quadratische Form.		
	gr. Cal. $W_{gem.}$	gr. Cal. $W_{ber.}$	gr. Cal. Differ.	% Differ.	gr. Cal. $W_{ber.}$	gr. Cal. Differ.	% Differ.
2,91	2,54	2,63	— 0,09	— 3,54	2,66	— 0,12	— 4,73
5,19	5,07	5,06	+ 0,01	+ 0,20	4,84	+ 0,23	+ 4,54
8,00	8,53	8,30	+ 0,23	+ 2,70	7,64	+ 0,89	+ 10,43
10,66	11,81	11,43	+ 0,38	+ 3,22	10,41	+ 1,40	+ 11,85
14,64	16,60	16,37	+ 0,23	+ 1,39	14,75	+ 1,85	+ 11,15
19,95	23,53	23,33	+ 0,20	+ 0,85	20,95	+ 2,58	+ 10,97
29,50	35,96	36,57	— 0,39	— 1,08	33,23	+ 2,73	+ 7,59
39,96	49,86	50,86	— 1,00	— 2,01	48,38	+ 1,48	+ 2,97
51,17	67,33	68,00	— 0,67	— 1,00	66,51	+ 0,82	+ 1,22
58,00	77,95	78,32	— 0,37	+ 0,47	78,59	— 0,64	— 0,82
71,16	98,90	98,60	+ 0,30	+ 0,30	103,87	— 4,97	— 5,02
80,52	113,9	113,5	+ 0,4	+ 0,35	121,9	— 8,0	— 7,03
91,38	130,3	130,9	— 0,6	— 0,46	148,1	— 17,8	— 13,65
100,98	146,3	146,5	— 0,2	— 0,14	171,4	— 25,1	— 17,15

1° Fall

2° Fall

Die grösste pos. Differ. =	3,22 % =	11,85 %
Die grösste neg. Differ. =	3,54 % =	17,15 %
Die mittlere Differ. =	+ 0,02 % =	+ 0,88 %

Wir sehen aus den Tabellen, dass bei beiden Drähten die mit der Exponentialgleichung berechneten Werte den gemessenen näher kommen als die mit der quadratischen Gleichung berechneten. Aus diesem Grunde wurde für den dritten Draht nur die Exponentialform bestimmt.

Kupferdraht $\phi = 0,490$ mm. $W = 0,382 \cdot \Delta t^{1,21}$

Δt°	Exponentialform			
	gr. Cal. $W_{gem.}$	gr. Cal. $W_{ber.}$	gr. Cal. Differ.	% Differ.
1,34	0,489	0,544	— 0,055	— 11,26
1,85	0,900	0,805	+ 0,095	+ 10,56
3,65	2,03	1,84	+ 0,19	+ 9,36
6,11	3,88	3,42	+ 0,46	+ 11,86
8,44	5,49	5,06	+ 0,43	+ 7,83
11,21	7,65	7,12	+ 0,53	+ 6,93
16,09	11,69	11,07	+ 0,62	+ 5,31
28,31	22,19	21,98	+ 0,21	+ 0,95
42,19	34,9	35,7	— 0,8	— 2,29
50,35	43,8	44,0	— 0,2	— 0,46
55,07	48,8	49,1	— 0,3	— 0,61
60,58	53,0	54,9	— 1,9	— 3,59
64,06	57,8	58,6	— 0,8	— 1,38
69,69	62,6	64,5	— 1,9	— 3,04
73,60	67,6	69,1	— 1,5	— 2,22
76,12	69,9	72,2	— 2,3	— 3,29
80,73	77,1	78,0	— 0,9	— 1,17
88,47	85,2	86,8	— 1,6	— 1,88
93,55	91,2	91,8	— 0,6	— 0,66
100,75	100,2	101,3	— 1,1	— 1,10
108,6	109,1	111,0	— 1,9	— 1,74
114,6	117,4	118,6	— 1,2	— 1,02
122,3	125,5	129,7	— 4,2	— 3,35
129,2	134,7	136,7	— 2,0	— 1,49
138,4	147,5	148,9	— 1,4	— 0,95
147,8	157,4	161,0	— 3,6	— 2,28
153,0	164,0	168,7	— 4,7	— 2,87
161,2	175,2	180,1	— 4,9	— 2,80
176,3	195,2	202,0	— 6,8	— 3,49
193,5	220,1	223,9	— 3,8	— 1,73
210,0	242,6	246,8	— 4,2	— 1,73
236,1	281,3	284,0	— 2,7	— 0,96
268,0	330,2	331,1	— 0,9	— 0,27

Die grösste pos. Differ.....	=	11,86 %
Die grösste neg. Differ.....	=	11,26 %
Die mittlere Differ.....	=	— 0,15 %

Obwohl die Uebereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Wärmemengen keine vollkommene ist, stellt die Exponentialform die Resultate mit genügender Genauigkeit dar. Die Betrachtung der Kurven von Tafel IV lehrt uns, dass, obwohl die Drahtoberflächen stark in der Grösse verschieden sind, nur eine verhältnismässig geringer Unterschied in der Wärmeabgabe für gleiche Temperaturdifferenzen besteht.

Zur besseren Uebersicht sind die erhaltenen Gleichungen noch umgerechnet für 1 cm². Leitungsoberfläche, sie lauten dann:

für $\phi = 2,00$ mm.	$W = 0,000343 \cdot \Delta t^{1,08}$ g. Cal.
für $\phi = 1,10$ mm.	$W = 0,000483 \cdot \Delta t^{1,13}$ g. Cal.
für $\phi = 0,49$ mm.	$W = 0,000533 \cdot \Delta t^{1,23}$ g. Cal.

B. VERSUCHE AN DÜNNEN FÄDEN.

Es sollte nun eine Reihe Drähte von ganz kleinem Durchmesser untersucht werden; zunächst wurden ebenfalls Kupferdrähte verwendet; die Firma HARTMANN & BRAUN hatte folgende Durchmesser für dieselben angegeben:

$\phi = 0,0410$ mm.
$\phi = 0,0300$ mm.
$\phi = 0,0250$ mm.
$\phi = 0,0208$ mm.
$\phi = 0,0179$ mm.
$\phi = 0,0150$ mm.

Es wurde an diesen Drähten die Grösse von k bestimmt.

1°. VERSUCHSANORDNUNG.

Da auch bei den Versuchen an diesen Fäden die Temperatur aus dem Widerstand bestimmt werden sollte, so mussten wieder zuerst

die Konstanten ω_0 und α ermittelt werden. Das geschah mit Hülfe einer Wheatstoneschen Brücke.

Ich liess mir sechs Ebonitzylinder anfertigen, welche, des leichteren Bewickelns wegen und zum Schutz der Drähte gegen äussere Verletzungen mit einem spiraligen Einschnitt versehen waren. Dann mass ich von jedem Draht 2 m. ab und wickelte auf jeden Zylinder ein solches Drahtstück. Die so bewickelten Zylinder versah ich noch mit einer Paraffinschicht durch Eintauchen in flüssiges Paraffin. Es wurde dann der Widerstand bei einer Temperatur von 0° und bei Zimmertemperatur gemessen. In beiden Fällen befand sich der Ebonitzylinder in einem Behälter mit dünnflüssigem Oel, welcher für die Messungen bei 0° in einem Gefäss mit schmelzendem Eis steckte. Die Temperatur wurde an einem Quecksilberthermometer, welches ebenso tief wie der Zylinder in das Oel eintauchte, abgelesen. Für jeden Faden wurden ω_0 und α zweimal bestimmt, um Sicherheit über die Richtigkeit der Messungsergebnisse zu bekommen.

Die Mittelwerte dieser Resultate sind:

mm. ϕ	ω_0	α
0,0410	0,01582	0,00421
0,0300	0,01453	0,00359
0,0250	0,01590	0,00377
0,0208	0,01474	0,00357
0,0179	0,01460	0,00376
0,0150	0,01452	0,00360

Die Werte für ω_0 , sowohl als die für α verlaufen sehr unregelmässig, was auf erhebliche Unterschiede im Material schliessen lässt. Zu erwarten wäre folgendes gewesen: Durch das Ziehen bekommt ein dünnerer Faden eine grössere Härte als ein dickerer Faden; es sollte deshalb der Abnahme des Durchmessers eine Zunahme von ω_0 und eine Abnahme von α entsprechen, wenn im Übrigen das Material gleich beschaffen ist.

Ein unregelmässiges Verlaufen der Werte für ω_0 kann aber herühren von falschen Durchmesserangaben. Aus diesem Grunde beschloss ich ganz genaue Durchmesserbestimmungen vor zu nehmen und wählte dafür die Methode der hydrostatischen Wägungen.

Da es sich um Wägungen sehr kleiner Massen handelte, wurde erstens eine ganz empfindliche Wage genommen und ausserdem die Genauigkeit der Ablesung erhöht durch Anbringen eines kleinen Spiegels oben in der Mitte des Wagebalkens. Hiedurch wurde es möglich die Pendelungen der Wage mit Hülfe eines Fernrohrs auf einer vertikal stehenden Skala ab zu lesen.

Durch belasten einer der Schalen mit 5 Milligramm bekam ich auf der Skala einen Ausschlag von rund 110 mm.; da Ausschläge von $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ mm. mit dem Fernrohr noch gut abzulesen waren, war es also möglich Massen von fünf bis zehn Tausendstel Milligramm noch mit Sicherheit zu messen. Die zu untersuchenden Drahtstücke mussten zu Ringen aufgewickelt werden, was aber mit grösster Vorsicht vor zu nehmen war, denn ein solcher dünner Faden hat das Bestreben, sobald er nicht gespannt ist, sich in einen fast unentwirrbaren Knoten zusammen zu drehen.

Das Aufwickeln machte ich folgendermassen: Auf einen konischen Holzkern wickelte ich einen kurzen Papierstreifen und darauf das Drahtstück. Dann konnten leicht erst der Holzkern und nachher der Papierstreifen aus dem Draht ring gezogen werden.

Als Aufhängefaden für einen solchen Ring an der Wage benützte ich ein Fadenstück vom dünnsten mir zur Verfügung stehenden Drahtmaterials.

Die beim Eintauchen des Ringes in Wasser, an der Drahtoberfläche sich bildenden Luftbläschen wurden durch mindestens einstündiges Auskochen des Ringes im Wasser entfernt, wobei das verdampfte Wasser durch neues, das ebenso lang gekocht hatte, ersetzt wurde. Hierauf musste das Ganze sich abkühlen, dann konnte der Ring gewogen werden ohne vorher aus dem Wasser entfernt und mit Luft in Berührung gekommen zu sein. Die Hauptschwierigkeit und der Grund, weshalb ganz genaue Resultate bei diesen

Dichtebestimmungen nicht zu erreichen sind, liegt in den minimalen Massen des zu untersuchenden Materials. So ist zum Beispiel für den Draht $\phi = 0,0150$ mm., bei einer Länge von 7 m., die Masse nur 14,078 Milligramm und der Auftrieb in Wasser nur 1,225 Milligramm.

Nun ist nach dem Gesagten über die Empfindlichkeit der Ablesung eine Masse von 5 bis 10 Tausendstel Milligramm noch sicher zu messen, daher sind Fehler im Resultat für die Dichte bis zu ungefähr 0,4 % allein aus diesem Grund schon möglich.

Es folgt hieraus, dass wir alle sonst bei Dichtebestimmungen üblichen Korrekturen, wie die von Aenderungen des Barometerstandes oder der Lufttemperatur während der Versuche herrührenden weiter die Reduktion der Massen auf den Luftleeren Raum weglassen können.

Die Zimmertemperatur war bei allen Versuchen ungefähr 20 Celsius-Graden.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate meiner Dichte- und Durchmesserbestimmungen zusammengestellt. Jeder Wert ist das Mittel aus 4 Wägungen.

mm. ϕ angegeben.	mm. ϕ gemessen.	Dichte.
0,0418	0,0424	9,172
0,0318	0,0330	9,545
0,0250	0,0269	9,500
0,0196	0,0221	10,39
0,0179	0,0193	10,24
0,0150	0,0151	11,39

Zu dieser Tabelle sei bemerkt, dass die angegebenen Durchmesser etwas verschieden sind von den früher genannten. Es hat dies folgenden Grund. Es waren mir von jeder Drahtsorte zehn Meter zur Verfügung gestellt worden, da ich aber bei den Bestimmungen von

ω_0 und z schon ziemlich viel davon gebraucht hatte, blieb mir von einigen Sorten nicht mehr genug übrig für die Wägungen. Die neuen Drähte, die ich kommen liess, hatten etwas andere Durchmesser.

Es folgt aus obenstehender Tabelle erstens, dass die angegebenen Durchmesser mit Ausnahme vom Faden $\phi = 0,0150$ nun zu klein sind. Es liegt das an der schnellen Abnutzung der Diamantlöcher, durch welche die Drähte gezogen werden.

Zweitens fällt die starke Zunahme der Dichte des Materials bei Abnahme des Drahtdurchmessers auf. Beim Draht $\phi = 0,0418$ nun ist die erhaltene Dichte nur wenig von der normalen Dichte des Kupfers (im Mittel 8,9) verschieden, beim Draht $\phi = 0,0150$ nun aber bedeutend. Es existiert bei der Genauigkeit mit der ich die Wägungen vornahm, kein Grund, diese Abweichung als Folge eines Messfehlers zu erklären; eventuell noch im Drahttring vorhandene Luftbläschen würden aber das Resultat in entgegengesetztem Sinn beeinflussen. Man muss diese Erscheinung auf andre Weise zu erklären suchen. Man kann sich denken, dass durch den Ziehprozess das Drahtmaterial stark verdichtet wird, ja sogar sich molekular bedeutend verändert. Es müssen dann aber in solchen Drähten starke Materialspannungen auftreten, welche im Laufe der Zeit und speziell bei wiederholtem Erwärmen und Abkühlen, sich leicht ändern. Dadurch können Aenderungen in allen Eigenschaften eines solchen Drahtes hervorgerufen werden. Das ist das sogenannte Altern bei Drähten, speziell bei dünnen. Über diese bekannte Tatsache vergleiche RICHARD WEGNER ¹⁾.

Den Einfluss des Alterns und damit eine Aenderung des Widerstandes bei meinen dünnen Kupferdrähten hatte ich nun zu erwarten. Aus dem Widerstand sollte ich aber die Temperatur bestimmen. Deshalb entschloss ich mich, vom Kupfer abzusehen und als Drahtmaterial Platin zu wählen.

WEGNER hat an Platindrähten ausführliche Versuche verschiedener Art durchgeführt; er findet auch dort Erscheinungen, welche auf

¹⁾ RICHARD WEGNER. Ueber die Einwirkung des Ziehprozesses und von Temperatureinflüssen auf die physikalischen Eigenschaften einiger Metalle, Dissertation. Zürich 1905,

das Altern hindeuten, aber sie sind nur minim; ausserdem besitzt das Platin vor Kupfer den Vorzug, bei nicht allzu hohen Temperaturen fast gar nicht zu oxydieren.

Mit dem neuen Material wurde wieder eine neue Aichung notwendig.

Zur Untersuchung bekam ich Platindrähte von:

$$\phi = 0,0308 \text{ mm.}; \quad \phi = 0,0206 \text{ mm. und } \phi = 0,0150 \text{ mm.}$$

Platin ändert seinen Widerstand nach dem Gesetz:

$$W_t = W_o (1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2)$$

Um auch für β zuverlässige Resultate zu bekommen, wird es also angemessen sein, zur Aichung auch höhere Temperaturen zu verwenden als die Zimmertemperatur. Zu diesem Zweck erhitze ich ein mit Leinoel gefülltes Gefäss bis auf 60° . Die Platindrähte wickelte ich auf ähnliche Ebonitzylinder wie sie schon bei der Aichung der dünnen Kupferdrähte gebraucht worden waren. Beim Eintauchen eines solchen bewickelten Zylinders in das warme Oel, wurden mir aber die Platindrähte durch die grosse Wärmeausdehnung des Zylinders auseinander gesprengt.

Da Ebonit zu dem Zweck also nicht zu gebrauchen war und es ausserdem wünschenswert war zur Bestimmung von α und β noch höhere Temperaturen als 60° anzuwenden, führte ich die Messungen in folgender Weise aus. Ich mass den Widerstand bei 0° , also in Eis, zweitens in der Gegend von 100° in Wasserdampf und drittens für noch höhere Temperaturen im elektrischen Ofen

Ich musste mir also einen Apparat bauen lassen, welcher für alle diese Messungen brauchbar war. Am besten eignete sich hier für der auf beistehender Figur abgebildete.



Der ein Meter lange Platinfaden war auf ein Glimmerkreuz gewickelt, welches in einer unten zugeschmolzenen Glasröhre steckte; am oberen Ende dieser Röhre war ein hölzerner Handgriff mit drei Klemmen angebracht. Das eine Ende des Platinfadens war durch eine doppelte Kupferleitung mit zwei dieser Klemmen, *A* und *B*, verbunden und das andere Ende des Platinfadens mit der dritten Klemme *C*.

Die doppelte Zuleitung an der einen Seite hat den Zweck, während eines Versuches auch die Grösse des Widerstandes der Zuleitung bestimmen zu können durch Anschliessen der Klemmen *A* und *B* an die Schaltung der Wheatstonesche Brücke.

Zur Bestimmung des Widerstandes bei 0° steckte ich den Apparat bis zum Holzgriff in schmelzendes Eis; für die Messungen in Wasserdampf steckte ich ihn in einen kleinen kupfernen Dampfkessel, den ich mit einem Bunsenbrenner heizte. Die Dampftemperatur lässt sich aus dem Barometerstand mit Hülfe der Dampfdrucktabelle bestimmen.

Für die Messungen bei höheren Temperaturen wurde ein elektrischer Ofen von W. C. HERAEUS gebraucht. Meinen Apparat steckte ich bis zum Holzgriff in den Ofen; dann lag das Ende in Ofenmitte. Von der andern Seite schob ich ein Normalthermometer (von W. HAAK aus Jena) soweit hinein, bis es die Glasröhre berührte.

Die Skala des Thermometers ging bis 310°, aber schon von 260° an geriet die Quecksilbersäule in kochende Bewegung und waren höhere Temperaturen nicht mehr abzulesen.

Die Messungen im elektrischen Ofen wurden erst dann gemacht, wenn für konstant gehaltene Stromstärke, die Ofentemperatur sich praktisch nicht mehr änderte. Dieses fand ungefähr 3½ bis 4 Stunden nach dem Einschalten des Stromes statt.

Die Mittelwerte der erhaltenen Resultate dieser Widerstandsmessungen an den Platindrähten

$$\phi = 0,0308 \text{ mm. und } \phi = 0,0206 \text{ mm.}$$

sind:

$$\phi = 0,0308 \text{ mm. } l = 1 \text{ m.}$$

Temperatur	Widerstand	Art der Messung.
0°	113,23 Ω	in Eis.
98,38°	149,90 Ω	in Wasserdampf.
98,2°	146,35 Ω	im elektr. Ofen.
198,8°	179,05 Ω	„ „ „
249,8°	194,78 Ω	„ „ „

$$\phi = 0,0206 \text{ mm. } l = 1 \text{ m.}$$

Temperatur	Widerstand	Art der Messung.
0°	182,63 Ω	in Eis.
98,38°	247,62 Ω	in Wasserdampf.
98,1°	242,28 Ω	im elektr. Ofen.
198,3°	297,65 Ω	„ „ „
250,1°	330,00 Ω	„ „ „

Die Messungen am Faden $\phi = 0,0150$ nun wurden später vorgenommen.

Bei Betrachtung dieser beiden Tabellen fällt sofort auf, dass die Messungen in Wasserdampf viel höhere Widerstände ergeben als Messungen im Ofen bei ungefähr gleicher Temperatur. Die Ofentemperaturen müssen deshalb nicht richtig gemessen sein.

Bei der Ablesung der Ofentemperatur am Quecksilberthermometer wurde angenommen, dass die Temperatur im Ofen wenigstens in

den mittleren Partien, wo das Thermometer und der Platinfaden sich befinden, konstant war, dass also die Temperatur der Thermometerkugel auch die Temperatur der Spule war. Diese Annahme scheint den Resultaten nach, nicht richtig zu sein; deshalb war der Temperaturverlauf im Ofen zu untersuchen. Zu diesem Zweck gebrauchte ich ausser dem schon genannten Quecksilberthermometer noch ein Platinthermometer der Cambridge Scientific Instrument Company. Für dieses Instrument war als Widerstandsgleichung angegeben:

$$w_t = 2,565 (1 + 0,00397 \cdot t - 0,00000058 \cdot t^2)$$

Dennoch bestimmte ich durch Widerstandsmessungen bei 0° , bei Zimmertemperatur und bei Siedetemperatur des Wassers die Gleichung noch einmal; ich fand:

Temperatur.	Gesamtwiderstand.	Widerstand der Zuleit.	Widerst. der Spule.
0°	2,626 Ω	0,051 Ω	2,575 Ω
20,50 $^\circ$	2,837 Ω	0,053 Ω	2,784 Ω
98,69 $^\circ$	3,633 Ω	0,060 Ω	3,573 Ω

Die aus diesen Werten berechnete Gleichung lautet:

$$w_t = 2,575 (1 + 0,00398 \cdot t - 0,00000056 \cdot t^2)$$

Das Platinthermometer war ähnlich gebaut wie der Apparat, welchen ich hatte anfertigen lassen.

Zur Bestimmung des Temperaturverlaufes im Ofen und zur Kontrolle der Angaben des Quecksilberthermometers brachte ich das Platinthermometer rechts in den Ofen hinein und das Quecksilberthermometer links. Beide Instrumente wurden so weit hineingeschoben, bis sie sich im Innern berührten. Durch Verschieben beider Thermometer zusammen nach rechts oder links, konnte also der Temperaturverlauf im Innern des Ofens auf zwei Weisen bestimmt

werden. Bei richtigem Anzeigen beider Instrumente müssen die zwei Kurven der Ofentemperatur in axialer Richtung, zusammenfallen. Eine Differenz zwischen den Angaben beider Instrumente könnte noch auftreten, wenn eventuell auftretende Wärmeleitung in der Glasröhre des Platinthermometers den Temperaturverlauf beeinflussen würde. Ob dieses in Wirklichkeit in beträchtlichem Mass stattfand, wird aus den Resultaten folgen.

Für zwei verschiedene Ofentemperaturen führte ich diese Messungen aus, für circa 100° und circa 200° .

Die Angaben beider Thermometer sind in folgenden Tabellen zu vergleichen.

Ofentemperatur circa 100° .

Stellungen.	W. Platin- therm.	W. Zulei- tung.	W. Platin- spule.	T_m . Pla- tintherm.	T_m . Hg. Therm.
1°	3,631 Ω	0,042 Ω	3,589 Ω	100,3°	100,8°
2°	3,593 Ω	0,042 Ω	3,551 Ω	96,5°	96,5°
3°	3,561 Ω	0,041 Ω	3,520 Ω	93,3°	93,3°

Ofentemperatur circa 200° .

Stellungen.	W. Platin- therm.	W. Zulei- tung.	W. Platin- spule.	T_m . Pla- tintherm.	T_m . Hg. Therm.
1°	4,659 Ω	0,050 Ω	4,609 Ω	204,4°	203,7°
2°	4,552 Ω	0,049 Ω	4,503 Ω	193,2°	193,6
3°	4,485 Ω	0,048 Ω	4,437 Ω	186,6°	186,5°

Wir finden sehr gute Uebereinstimmung zwischen den Angaben beider Thermometer. Wir haben also erstens die Sicherheit, dass

unser Quecksilberthermometer richtig zeigt, und zweitens wissen wir, dass die Glasröhre, welche das Platinthermometer umschliesst, keine merkliche Wirkung durch Wärmeleitung ausübt.

Jetzt müssen wir den Faktor noch kennen, mit dem die Angaben des Quecksilberthermometers multipliziert werden müssen, um die mittleren Temperaturen der Spule unsres Apparates zu ergeben. Hierfür brauchen wir das Verhältnis der Temperatur an der Stelle wo die Thermometerkugel sich befindet, zu der mittleren Temperatur über der Strecke, wo bei der Widerstandsmessung die Spule lag. Dieses Verhältnis wurde für beide Ofentemperaturen ermittelt. Als mittleres Verhältnis wurde gefunden:

$$\lambda = 0,923.$$

Jetzt rechnete ich die im Ofen gemessenen Temperaturen durch Multiplizieren mit 0,923 um und stellte die Resultate in die früher gefundenen Tabellen ein. Diese werden jetzt:

$$\phi = 0,0308 \text{ mm.}$$

$$\phi = 0,0206 \text{ mm.}$$

Temperatur	Widerstand	Temperatur	Widerstand
0°	113,23 Ω	0°	182,63 Ω
90,7°	146,35 Ω	90,5°	242,28 Ω
98,38°	149,90 Ω	98,38°	247,62 Ω
183,4°	179,05 Ω	183,0°	297,65 Ω
230,3°	194,78 Ω	231,0°	330,00 Ω

Die hieraus berechneten Gleichungen sind:

für $\phi = 0,0308 \text{ mm.}$

$$w_t = 113,23 (1 + 0,00330 \cdot t - 0,00000075 \cdot t^2)$$

für $\phi = 0,0206 \text{ mm.}$

$$w_t = 182,63 (1 + 0,00368 \cdot t - 0,00000082 \cdot t^2)$$

Wir wollen nach diesen Gleichungen noch die Grösse der Widerstände für die oben genannten Temperaturen ausrechnen. Die berechneten Widerstände, sowie ihre Differenzen mit den gemessenen Widerständen, sind in folgender Tabelle angegeben.

$$\phi = 0,0308 \text{ mm.}$$

$$\phi = 0,0206 \text{ mm.}$$

t°	Ω $W_{gem.}$	Ω $W_{ber.}$	Ω $W_{gem.} - W_{ber.}$	t°	Ω $W_{gem.}$	Ω $W_{ber.}$	Ω $W_{gem.} -$
0	113,23	113,23	0,00	0	182,63	182,63	0,
90,7	146,35	146,42	— 0,07	90,5	242,28	242,21	+ 0,
98,38	149,90	149,35	+ 0,55	98,38	247,62	247,16	+ 0,
183,4	179,05	178,91	+ 0,14	183,0	297,65	300,59	— 2,
230,3	194,78	194,73	+ 0,05	231,0	330,00	329,74	+ 0,

Untersuchung des Platinfadens $\phi = 0,150 \text{ mm.}$

Der Platinfaden $\phi = 0,0150 \text{ mm.}$ war der dünnste, welcher mir zur Verfügung gestellt werden konnte. Da aus den Resultaten der Wärmeabgabemessungen ganz feiner Drähte wichtige Schlüsse zu ziehen sind in Bezug auf die Wärmeleitfähigkeit der Luft, so mussten die Messungen an dem Faden mit besonders grosser Sorgfalt durchgeführt werden. Ausserdem sollte für diesen Faden untersucht werden, welchen Einfluss die Stellung des Fadens auf die Grösse der Wärmeabgabe hat. Ich untersuchte speziell die horizontale und vertikale Stellung.

Ehe diese Messungen angefangen werden konnten, mussten wie bei allen anderen Fäden zuerst die Konstanten ω_0 ; α und β bestimmt werden. Hierfür benutzte ich den schon früher gebrauchten und ausführlich beschriebenen Apparat, auf dessen Spule wieder möglichst genau ein Meter Draht aufgewickelt wurde. Die Aichungen

fanden wieder statt in Eis, in Wasserdampf und im elektrischen Ofen.

Als ich aber den Ofen, welcher lange Zeit nicht gebraucht worden war, benutzen wollte, bemerkte ich, dass das innere Tonrohr ganz locker geworden war. Nachdem ich diesen Fehler verbessert hatte, fand ich es aber etwas gewagt, ohne weiteres anzunehmen, der früher genannte Faktor λ habe sich nicht geändert. Um Sicherheit zu verschaffen, wandte ich folgendes einfaches Verfahren an.

Es wurde der Widerstand der Spule bestimmt beim Eintauchen des Apparates in Eis und in Wasserdampf. Mittelwerte aus einigen Messungen ergaben:

$$w_{10^{\circ}} = 399,3\Omega \quad \text{und} \quad w_{93,27^{\circ}} = 549,3\Omega$$

Für einen Temperaturunterschied von $98,27^{\circ}$ ist also eine Widerstandszunahme von $150,0\Omega$ zu konstatieren. Dann mass ich noch den Spulenwiderstand im elektrischen Ofen bei ungefähr 100° . Es ergab sich als Mittelwert:

$$w_{103,0^{\circ}} = 538,6\Omega$$

Die Temperatur $103,0^{\circ}$ ist nicht die der Spule, sondern die Temperatur an der Thermometerkugel. Der hier gemessene Widerstand ist um $10,7\Omega$ kleiner als der, welcher in Wasserdampf gemessen wurde. Mit grosser Annäherung können wir jetzt schreiben:

$$98,27 : 150,0 = x : 10,7.$$

Wenn wir unter x verstehen: die Zahl der Grade, um welche die mittlere Temperatur der Spule in Ofen kleiner war als die Dampftemperatur. Wir finden: $x = 7,01^{\circ}$.

Daher musste die mittlere Spulentemperatur im Ofen gewesen sein:

$$t = 91,26^{\circ}.$$

Und wir erhalten:

$$\lambda = \frac{91,26}{103,0} = 0,886$$

Dieser Faktor hat sich also wirklich geändert. Es wurden jetzt noch weitere Messungen gemacht mit Hülfe des elektrischen Ofens

unter Benutzung des neuen Faktors λ . Die Mittelwerte dieser Messungen waren:

$$w_{177,0} = 667,0\Omega \text{ und } w_{232,1} = 744,4\Omega$$

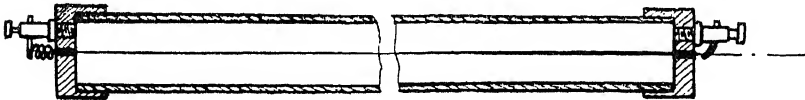
Zur Bestimmung unserer Widerstandsgleichung besitzen wir nun folgende vier Angaben.

Temperatur.	Widerstand.
0°	399,3 Ω
98,27°	549,3 Ω
177,0°	667,0 Ω
232,1°	744,4 Ω

Die hieraus erhalten Widerstandsgleichung lautet:

$$W_t = 399,3 (1 + 0,00388 \cdot t - 0,00000058 \cdot t^2)$$

Die Anordnung der Wärmeabgabeversuche für diese ganz dünnen Fäden war etwas verschieden von der für die früher untersuchten Fäden. Wegen der enormen Feinheit eines solchen Drahtes musste dieser gegen äusseren Verletzungen geschützt werden. Dies geschah durch ein Kupferrohr, in welches der Faden der 1 m. Länge hatte, eingespannt wurde.



Die Länge des Rohres..... = 1 m.

Die Lichtweite des Rohres..... = 2 cm. und 1,8 cm.

Die Wandstärke „ „ = 2 mm.

Die Enden dieses Rohres waren durch Ebonitdeckel verschlossen, in welche die Klemmen eingeschraubt waren. Damit der Faden auch

in heissem Zustande gespannt bleibe, war zwischen dem einen Fadenende und der Klemme eine Spiralfeder eingeschaltet, das andere Fadenende war fest mit der Klemme verbunden. Die unmittelbar an die Innenseite der Rohrwandung grenzende Luftschicht wird fast genau die gleiche Temperatur haben wie das Rohr selbst, ihre Temperatur kann also abgelesen werden an einem Quecksilberthermometer, welches an der Rohrwand aussen angelegt und mit dem Rohr zusammen in Watte eingepackt wird.

Gleich nach dem Einschalten des Stromes wird die Drahttemperatur sehr rasch zunehmen dann aber lange Zeit fast konstant bleiben und erst ganz allmählich mit dem Steigen der Rohrtemperatur weiter wachsen; je grösser die Kupfermasse des Rohres, um so langsamer wird seine Temperatur steigen.

Die Temperaturzunahme des Kupferrohres während der Dauer einer Messung lässt sich rechnerisch leicht bestimmen.

Die Ablesungen von Strom- und Spannungsmesser nahmen fünf Sekunden in Anspruch; vor dem Ablesen dieser Instrumente wartete ich aber noch ungefähr drei Sekunden um den Faden eine konstante Temperatur annehmen zu lassen. Der Strom musste während jeder Messung also rund acht Sekunden eingeschaltet sein.

Nehmen wir als Rechnungsbeispiel den Fall, wo vom Faden am meisten Wärme abgegeben wurde, das war beim dicksten Faden, $\phi = 0,0308$ mm. und bei der höchst vorgekommenen Temperaturdifferenz zwischen Draht und Rohr, nämlich 250° . Hierbei war laut der Tabelle, die abgegebene Wärmemenge pro Sekunde $2,68$ gr. Cal.

Pro Grad Temperaturerhöhung nimmt das Rohr folgende Wärmemenge auf:

$$\begin{aligned} W &= \text{Volumen} \times \text{Dichte} \times \text{spez. Wärme} = \\ &= \frac{\pi}{4} (2,4^2 - 2,0^2) \cdot 100 \cdot 8,9 \cdot 0,093 \text{ gr. Cal.} \end{aligned}$$

$$W = 114,2 \text{ gr. Cal.}$$

In den acht Sekunden, da der Strom eingeschaltet war, hat die Rohrtemperatur also höchstens um $\frac{2,68}{114,2} \cdot 8 = 0,188^\circ$ zugenommen.

Dieses war der ungünstigste Fall; für alle anderen Fälle wird die Temperaturzunahme geringer sein, wir können diese also ruhig vernachlässigen.

Obwohl ich den geachteten Faden und den ins Rohr eingespannten möglichst genau 1 m. lang genommen hatte, war wegen der Anlösung an die Klemmen nie absolute Gleichheit zu erwarten. Es musste also der Widerstand dieser eingespannten Faden bei 0° noch mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke kontrolliert werden. Zu diesem Zweck wurden die Fadenenden durch Einwickeln in Gummipapier möglichst geschützt und dann das ganze Rohr in ein grosses Gefäss mit Eis eingelegt. Die Mittelwerte dieser Messungen ergaben:

$$\text{für } \phi = 0,0308 \text{ mm: } W_0 = 113,80\Omega.$$

$$\text{für } \phi = 0,0206 \text{ mm: } W_0 = 183,36\Omega.$$

$$\text{für } \phi = 0,0150 \text{ mm: } W_0 = 395,68\Omega.$$

Die endgültigen Gleichungen, wonach bei den Wärmeabgabeversuchen die Temperatur berechnet wurde, sind daher:

$$\text{für } \phi = 0,0308 \text{ mm:}$$

$$W_t = 113,80 (1 + 0,00330 \cdot t - 0,00000075 \cdot t^2)$$

$$\text{für } \phi = 0,0206 \text{ mm:}$$

$$W_t = 183,36 (1 + 0,00368 \cdot t - 0,00000082 \cdot t^2)$$

$$\text{für } \phi = 0,0150 \text{ mm:}$$

$$W_t = 395,68 (1 + 0,00388 \cdot t - 0,00000058 \cdot t^2)$$

An den Fäden $\phi = 0,0308 \text{ mm.}$ und $\phi = 0,0206 \text{ mm.}$ wurden nur Messungen gemacht bei horizontaler Lage des Rohres. Diese lag hierbei in Luft von Zimmertemperatur; die Rohrtemperatur wurde in der vorhin beschriebenen Weise gemessen.

Am Faden $\phi = 0,0150 \text{ mm.}$ sollten sehr genaue Messungen ausgeführt werden. In erster Linie versuchte ich grössere Genauigkeiten der Messungen zu erhalten durch Einlegen des Rohres in Eis.

Hierdurch erreichte ich, dass die Rohrtemperatur, auch wenn der Faden von Strom durchflossen war, konstant blieb. Dies hatte den grossen Vorteil, dass ich mich jetzt nicht begnügen musste mit einer einzigen Strom- und Spannungsmessung, wie früher, sondern Mittelwerte aus beliebig vielen Ablesungen brauchen konnte. Bei diesen Messungen las ich Strom und Spannung je zehnmal ab und trug erst die Mittelwerte ins Protokoll ein.

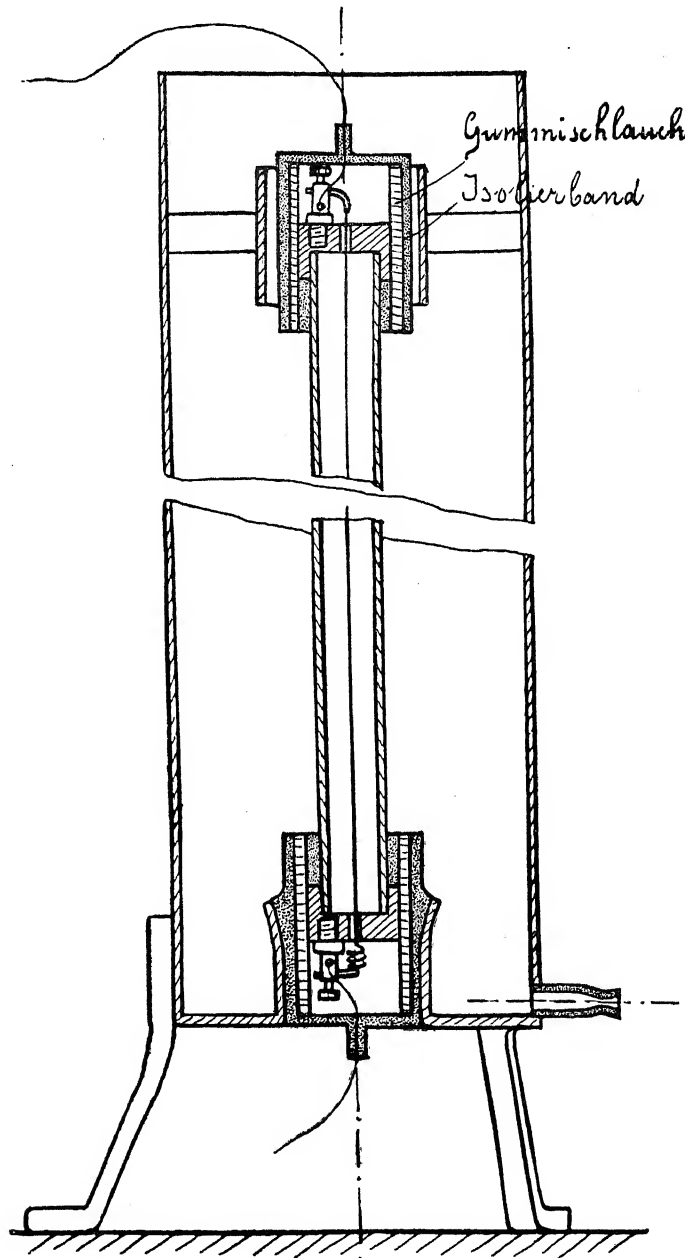
Eine weitere Erhöhung der Genauigkeit war zu erwarten, weil ich für diese Messungen ganz neue Präzisionswiderstandskasten der Firma SIEMENS & HANSKE bekam.

Zum Schluss kontrollierte ich noch den Widerstand W_0 des Fadens zwischen je zwei Serien von Messungen, da es möglich wäre, dass dieser sich durch das wiederholte Erwärmen und Abkühlen etwas ändern würde. Letzteres bestätigte sich aber nicht.

Da bei diesen Messungen das Rohr direkt in Eis gelegt wurde, gebrauchte ich eine Vorrichtung, welche die äusserst empfindlichen Lötstellen des Versuchsfadens an den Klemmenstiften gegen Beschädigungen durch Berührung mit dem Eis schützte. Weiter hatte diese Vorrichtung den Zweck, eventuelles Eindringen von Wasser in das Rohr unmöglich zu machen. Ein kurzes Stück Gummischlauch an jedem Ende des Rohrs und Umwickeln mit Isolierband versah, wie die Skizze zeigt, den beabsichtigten Schutz.

Die Messungen wurden bei horizontalem und bei vertikalem Stand des Rohres ausgeführt.

Im ersteren Fall legte ich das Rohr einfach auf zwei Holzblöckchen in ein Gefäss mit Eis.



Für die Vertikalstellung des Rohres liess ich mir einen Apparat nach nebenstehender Skizze anfertigen.

Das Rohr wird in der Achse des Gefässes gehalten durch einen Ring, mit an der Gefässwand gelötete Streben, und im Boden durch eine runde Öffnung, auf deren Rand ein konischer Ring gelötet ist. Die konische Form verhindert ein Durchgleiten des Rohrs.

Das Schmelzwasser fliesst unten durch ein Röhrchen ab.

Nach Beendigung dieser Messversuche sollte noch die Abhängigkeit des Faktors k von der Höhe der Temperatur der umgebenden Luft untersucht werden. Diese Messungen wurden nur für vertikale Lage des Versuchsdrahtes ausgeführt. Die Lufttemperaturen, bei denen Messungen gemacht wurden, betrugen etwa 60° und etwa 100° .

Zu diesem Zweck unwickelte ich das Rohr mit Nickelindraht, welcher durch Asbest isoliert war, und schickte einen elektrischen Strom hindurch. Zur besseren Wärmeisolierung umgab ich diese Heizwicklung noch mit einer Schicht von Kieselgur, welche durch eine Isolierbandbewicklung festgehalten wurde. Die Rohrtemperatur wurde mit Hilfe eines Eisen-Konstantan-Thermoelementes gemessen, dessen eine Lötstelle in ein kleines Loch in der Rohrwand eingestemmt wurde, während die andere sich in schmelzendem Eis befand. Die Eichung dieses Thermoelementes geschah in ähnlicher Weise, wie es im Anfang meiner Arbeit schon ausführlich beschrieben wurde.

2°. BESTIMMUNG DES FAKTORS k .

a) Bestimmung des Faktors k für die Platindrähte

$$\phi = 0,0308 \text{ mm. und } \phi = 0,0206 \text{ mm.}$$

Wie im vorigen Kapitel beschrieben, wurde die Drahttemperatur bei diesen Messungen bestimmt aus den Gleichungen:

$$W_t = 113,80 (1 + 0,00330 \cdot t - 0,00000075 \cdot t^2) \\ \text{für } \phi = 0,0308 \text{ mm.}$$

$$W_t = 183,36 (1 + 0,00368 \cdot t - 0,00000082 \cdot t^2) \\ \text{für } \phi = 0,0206 \text{ mm.}$$

Die Lufttemperatur wurde gemessen mit einem Quecksilberthermometer.

Die Resultate sind in folgenden Tabellen zusammengestellt.

Platinfaden $\phi = 0,0308$ mm; $l = 99,6$ cm.; $O = 0,9632$ cm².

Lage horizontal.

i°	Δp^v	Watt Effect	gr. Cal. Wärme pro Sec.	w^{Ω}	t_1°	$t_{1/ft}^{\circ}$	Δt°	h
0,0300	3,66	0,1099	0,0262	121,7	21,3	17,2	4,1	0,00664
0,0450	5,56	0,2507	0,0598	123,5	26,1	17,1	9,0	0,00689
0,0500	6,22	0,3109	0,0742	124,3	28,1	17,2	10,9	0,00705
0,0549	6,87	0,3770	0,0900	125,1	30,4	17,2	13,2	0,00706
0,0599	7,55	0,4529	0,1081	126,0	32,8	17,3	15,5	0,00724
0,0647	8,22	0,532	0,1268	127,0	35,5	17,4	18,1	0,00726
0,0704	9,03	0,636	0,1517	128,3	39,1	17,4	21,7	0,00724
0,0755	9,78	0,739	0,1764	129,4	42,3	17,3	25,0	0,00732
0,0800	10,46	0,837	0,1997	130,7	45,7	17,2	28,5	0,00726
0,0905	12,05	1,091	0,2605	133,1	52,2	17,3	34,9	0,00774
0,0944	12,69	1,198	0,2860	134,3	55,3	17,4	37,9	0,00782
0,1003	13,66	1,370	0,3269	136,2	60,8	17,4	43,4	0,00781
0,1053	14,53	1,531	0,3652	138,0	65,0	17,4	47,6	0,00795
0,1100	15,39	1,693	0,4040	139,9	70,5	17,4	53,1	0,00789
0,1199	17,03	2,041	0,4872	142,0	76,8	16,7	60,1	0,00839
0,1257	18,17	2,283	0,545	144,6	83,9	16,8	67,1	0,00842
0,1353	20,10	2,719	0,649	148,5	94,4	17,0	77,4	0,00869
0,1402	21,04	2,949	0,704	150,1	99,1	17,0	82,1	0,00889
0,1453	22,23	3,232	0,772	153,0	106,9	17,1	89,8	0,00891
0,1500	23,27	3,490	0,833	155,1	113,0	17,2	95,8	0,00902
0,1605	25,90	4,159	0,992	161,4	126,3	17,2	109,1	0,00932
0,1700	28,25	4,802	1,146	166,2	139,2	17,2	122,0	0,00964
0,1886	32,88	6,20	1,479	174,4	167,5	17,2	150,3	0,01020
0,1997	36,36	7,26	1,733	182,1	189,9	16,6	173,3	0,01037
0,2100	39,79	8,36	1,994	189,4	211,3	16,7	194,6	0,01062
0,2165	41,77	9,04	2,158	192,9	221,6	16,9	204,7	0,01091
0,2255	45,25	10,20	2,435	200,7	245,0	16,9	228,1	0,01106
0,2325	48,38	11,25	2,684	208,0	267,4	17,0	250,4	0,01111

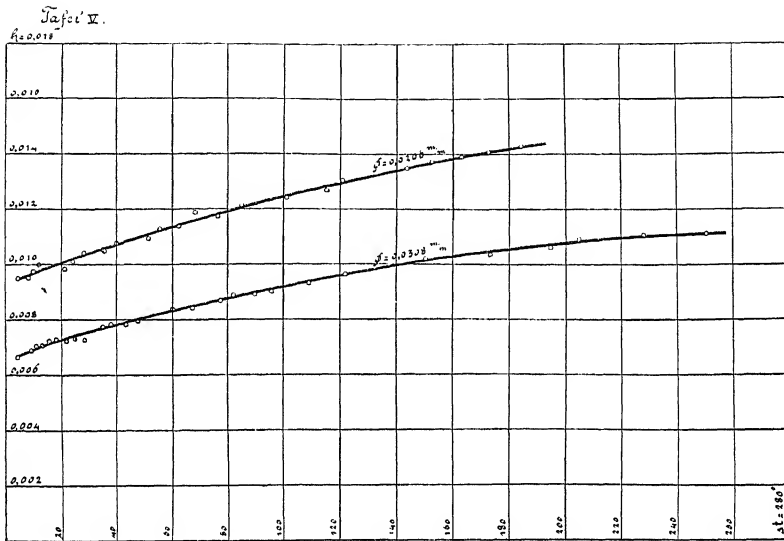
Platinfa en $\phi = 0,0206$ mm.; $l = 99,5$ cm.; $O = 0,6439$ cm².

Lage horizontal.

i^a	Δp^v	Watt Effect	gr. Cal. Wärme pro Sec.	w^Ω	t_1°	t_{luft}°	Δt°	h
0,0239	4,72	0,1129	0,0269	197,5	21,2	16,8	4,4	0,00949
0,0324	6,49	0,2102	0,0502	200,2	25,0	16,8	8,2	0,00951
0,0358	7,20	0,2579	0,0616	201,2	26,7	16,9	9,8	0,00975
0,0399	8,09	0,3229	0,0771	202,9	29,1	17,1	12,0	0,00998
0,0519	10,84	0,563	0,1343	208,9	38,2	17,0	21,2	0,00984
0,0559	11,80	0,660	0,1574	211,1	41,3	17,1	24,2	0,01010
0,0609	13,02	0,793	0,1893	213,8	45,4	17,1	28,2	0,01042
0,0676	14,78	1,000	0,2387	218,4	52,5	17,3	35,2	0,01053
0,0678	14,83	1,005	0,2399	218,6	52,8	17,3	35,5	0,01049
0,0725	16,07	1,165	0,2780	221,6	57,4	17,4	40,0	0,01079
0,0814	18,66	1,519	0,3624	229,2	68,9	17,5	51,4	0,01095
0,0854	19,80	1,691	0,4035	231,9	73,1	17,6	55,5	0,01129
0,0900	21,29	1,915	0,4571	236,3	80,0	17,6	62,4	0,01138
0,0950	22,84	2,171	0,518	240,3	86,0	17,7	68,3	0,01178
0,0994	24,43	2,428	0,580	245,8	94,4	17,7	76,7	0,01173
0,1053	26,47	2,789	0,665	251,2	102,8	17,7	85,1	0,01213
0,1137	29,75	3,383	0,807	261,7	119,0	17,9	101,1	0,01240
0,1206	32,64	3,939	0,940	270,4	133,0	17,9	115,1	0,01269
0,1247	34,13	4,257	1,016	273,7	137,6	16,7	120,9	0,01305
0,1347	38,76	5,22	1,246	287,7	160,4	16,8	143,6	0,01348
0,1388	40,75	5,66	1,350	293,5	169,3	16,8	152,5	0,01374
0,1428	42,84	6,12	1,459	300,0	179,9	17,0	162,9	0,01390
0,1465	44,82	6,56	1,566	305,9	189,6	17,0	172,6	0,01408
0,1506	47,16	7,10	1,695	313,1	201,4	17,1	184,3	0,01428

PROPERTY OF
CARNEGIE INSTITUTE OF TECHNOLOGY
LIBRARY

Die Grössen dieser h Werte sind graphisch aufgetragen auf Tafel V.



Wir sehen, dass die Grössenordnung des Faktors h für diese Drähte eine ganz andere ist, als die, welche für die dickeren Drähte gefunden wurde.

b) *Bestimmung des Faktors h für den Platindraht $\phi = 0,0150 \text{ mm}$.*

Bei allen am Faden $\phi = 0,0150 \text{ mm}$. ausgeführten Versuchen, war jeder in die Protokolle eingetragene Wert das Mittel aus zehn Ablesungen. War eine Serie Messungen fertig und dafür die Grösse h berechnet, so wurden für möglichst dieselben Drahttemperaturen, die Messungen in umgekehrter Reihenfolge wiederholt. Dann wurde noch ein drittes Mal in erster, und ein viertes Mal in umgekehrter Reihenfolge gemessen.

Die in diesem Kapitel gegebenen Tabellen, sind aus Mittelwerten der Zahlen von je vier solcher Versuchsprotokolle zusammengestellt.

An dem Faden sollte erstens der Einfluss der Stellung des Drahtes auf die Grösse von h untersucht werden; die zweite Aufgabe war,

zu sehen wie sich h mit der Grösse der Temperatur der umgebenden Luft ändert.

α) *Bestimmung des Faktors h bei horizontaler und vertikaler Stellung des Drahtes.* $\phi = 0,0150 \text{ mm.}$

Bei dem Faden $\phi = 0,0150 \text{ mm.}$ wurde die Drahttemperatur berechnet nach der Gleichung:

$$w_t = 395,68 (1 + 0,00388 \cdot t - 0,00000058 \cdot t^2)$$

Bei diesen Messungen lag das Rohr in Eis, daher war die Lufttemperatur gleich 0° .

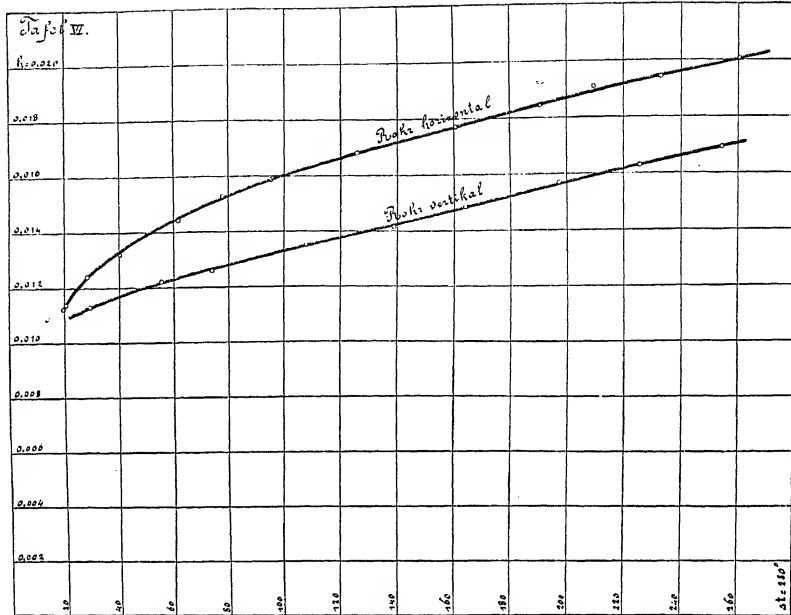
Platinfaden $\phi = 0,0150 \text{ mm.}; O = 0,4756 \text{ cm}^2$.

Stellung horizontal.

Stellung vertikal.

t_1°	gr. Cal. Wärme pro Sec.	h	t_1°	gr. Cal. Wärme pro Sec.	h
20,0	0,1078	0,0113	29,7	0,1597	0,0113
28,3	0,1672	0,0124	55,6	0,3225	0,0122
40,3	0,2530	0,0132	74,0	0,4432	0,0126
61,8	0,4237	0,0144	107,8	0,692	0,0135
78,0	0,567	0,0153	138,8	0,934	0,0141
95,2	0,717	0,0159	164,1	1,158	0,0148
125,8	1,007	0,0168	197,3	1,472	0,0157
160,6	1,355	0,0177	225,8	1,750	0,0163
191,1	1,676	0,0184	254,3	2,049	0,0169
209,7	1,907	0,0191			
233,1	2,154	0,0194			
260,5	2,487	0,0201			

Diese h -Werte sind auf Tafel VI grafisch aufgetragen in Funktion der Temperaturdifferenz zwischen Faden und Luft.



Bemerkenswert sind die viel höheren Werte des Faktors h für horizontale Stellung, gegenüber denen für vertikale Stellung des Drahtes. Da die Radiation und die Leitung durch die Luft für gleiche Temperaturdifferenzen bei beiden Stellungen, gleich gross sind, muss die Differenz in der Wärmeabgabe aus verschiedenen grossen Konvektionsströmen erklärt werden. In der Tat wurde bei horizontaler Lage des Drahtes das Vorhandensein der Konvektion bei den höheren Temperaturen deutlich bemerkbar durch starkes Schwanken der Drahttemperatur, welches sich in fortwährenden Hin- und Hergehen der Zeiger von Strom- und Spannungsmesser zeigte. Bei vertikaler Stellung des Drahtes war hiervon gar nichts zu bemerken.

β) Bestimmung des Faktors h für den Faden $\phi = 0,0150$ mm.
bei verschiedenen Temperaturen der umgebenden Luft.

Diese Messungen wurden für die Lufttemperaturen 60° und 100° ausgeführt, welche mit Hülfe eines Thermoelementes gemessen wurden. Bei beiden Versuchsreihen war die Stellung des Drahtes vertikal.

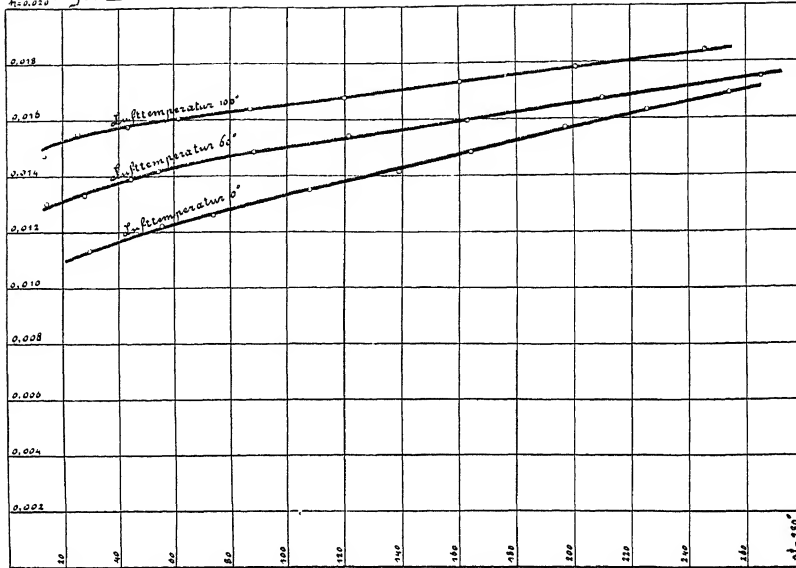
Platinfaden $\phi = 0,0150$ mm.; $O = 0,4756$ cM.²; Lufttemp. cirka 60°.

t_1°	t_{luft}°	Δt°	gr. Cal. Wärme pro Sec.	h
74,0	59,8	14,2	0,0875	0,0130
87,5	59,7	27,8	0,1756	0,0133
104,8	60,3	44,5	0,2942	0,0139
114,6	60,3	54,3	0,3661	0,0142
148,8	60,4	88,4	0,624	0,0148
181,6	60,2	121,4	0,887	0,0154
223,2	60,4	162,8	1,234	0,0159
270,2	60,1	210,1	1,662	0,0167
325,7	60,2	265,5	2,203	0,0174
264,2	60,5	303,7	2,620	0,0181

Platinfaden $\phi = 0,0150$ mm.; $O = 0,4756$ cM.²; Lufttemp. cirka 100°.

t_1°	t_{luft}°	Δt°	gr. Cal. Wärme pro Sec.	h
113,2	99,9	13,3	0,0930	0,0147
125,1	99,8	25,3	0,1865	0,0155
143,1	99,8	43,3	0,3242	0,0157
161,7	100,1	61,6	0,4696	0,0160
187,4	100,2	87,2	0,679	0,0164
220,0	100,2	119,8	0,955	0,0168
260,2	100,0	160,2	1,319	0,0173
301,0	100,1	200,9	1,703	0,0178
345,8	100,0	245,8	2,157	0,0184
380,5	100,0	280,5	2,537	0,0190

Tafel VII

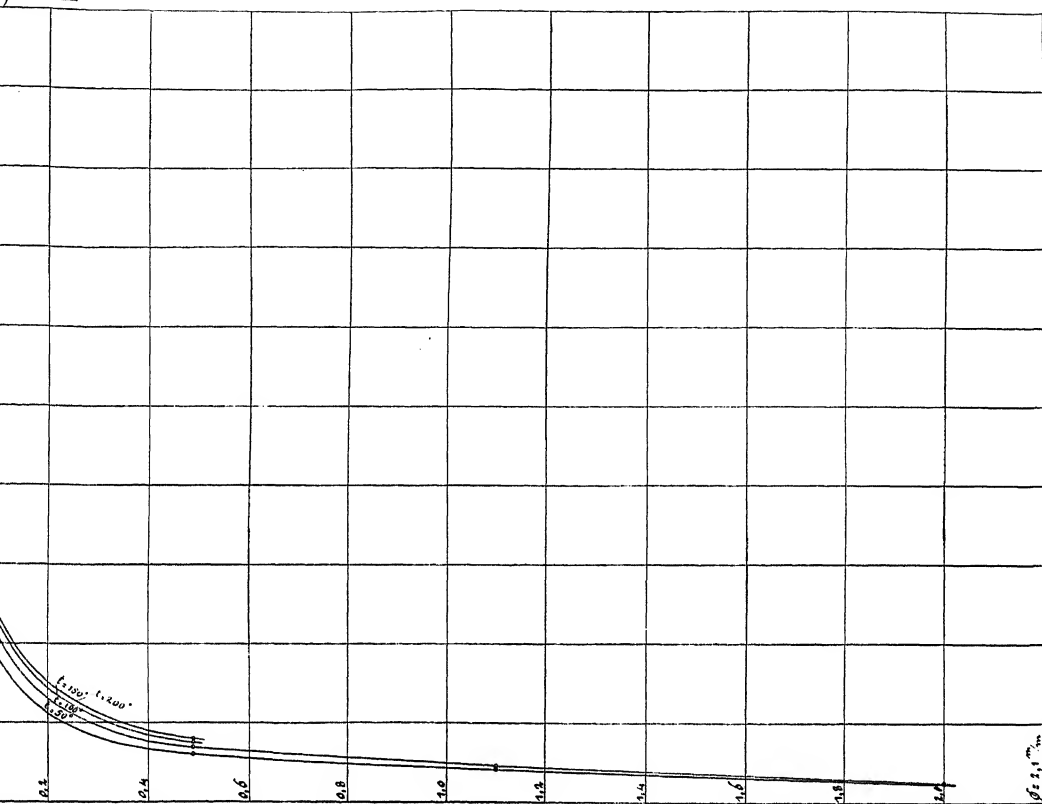


Auf Tafel VII sind obige Werte von λ und auch diejenige, welche bei vertikaler Stellung für die Lufttemperatur 0° gefunden wurden, graphisch aufgetragen.

Es zeigt sich, dass, je höher die Lufttemperatur ist, um so grösser auch der Faktor λ wird für sonst gleiche Temperaturdifferenzen zwischen dem Draht und der umgebenden Luft.

Es sei an dieser Stelle noch eine Zusammenfassung der Werte von λ in Funktion des Durchmessers gegeben. Ich bringe dieselbe jetzt, da ich mit den letztgenannten Versuchen, die Bestimmung der Werte von λ abgeschlossen habe.

Tafel VIII



Ich zeichnete also auf Tafel VIII für die Temperaturdifferenzen, $t_{dr.} - t_L = 50^\circ; 100^\circ; 150^\circ$ und 200° , bei horizontaler Lage des Drahtes die Grösse von l in Funktion des Drahtdurchmessers auf. Streng genommen, sind diese Kurven nicht absolut richtig, denn erstens waren nicht alle untersuchten Drähte von gleichem Material (die dickeren Drähte waren von Kupfer, die dünneren von Platin), und zweitens war die Temperatur der umgebenden Luft nicht für alle Drähte dieselbe. Für die dickeren Drähte hatte die Luft die Zimmertemperatur, also ungefähr 20° , für die dünneren Drähte war die Temperatur gleich 0° . Immerhin werden die Fehler nicht sehr bedeutende sein. Diese graphische Darstellung hat aber den Vorzug,

in übersichtlicher Weise den Einfluss des Drahtdurchmessers auf die Grösse von h zu zeigen.

Aus den Kurven sehen wir, dass, wenn wir den Durchmesser immer kleiner nehmen, h immer grösser wird, um schliesslich für $\phi = 0$, unendlich gross zu werden. Nimmt man dagegen den Durchmesser immer grösser, so werden die Werte für h immer kleiner um schliesslich einen für jede Temperaturdifferenz ganz bestimmten Grenzwert anzunehmen.

3°. ABLEITUNG DER GRÖSSE DER WÄRMELEITFÄHIGKEIT DER LUFT AUS DEN RESULTATEN.

Wie in der Einleitung schon gesagt, hat die Wärmeabgabe eines, in der Luft sich befindenden erhitzten Körpers drei Gründe.

- 1°. die Radiation.
- 2°. die Konvektion.
- 3°. die Wärmeleitung.

Es kann nun bewiesen werden, dass für den Fall eines ganz dünnen drahtförmigen Körpers die Wärmeleitung über die Radiation und Konvektion stark überwiegt, sodass wir die Annahme machen können, die Wärmeabgabe finde nur durch Wärmeleitung statt.

Der hierbei begangene Fehler ist so klein, dass er vernachlässigt werden kann.

Die Gleichung der durch Leitung abgegebenen Wärme für den Fall, dass ein erhitzter Faden sich in der Achse eines Rohres von niedrigerer Temperatur, als die des Fadens, befindet, kann mit Hülfe der Formel:

$$k_t = k_0 (1 + m \cdot t)$$

folgendermassen aufgestellt werden.

k_t und k_0 stellen die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei t^0 und 0^0 dar, m ist der Temperaturkoeffizient der Wärmeleitfähigkeit.

Die Wärme, welche in der Zeit eins durch eine konzentrische Zylinderfläche geleitet wird, kann dann ausgedrückt werden durch die Formel:

$$W_{gel.} = k_0 (1 + m \cdot t) \cdot 2 \pi \cdot r \cdot l \cdot \left(- \frac{dt}{dr} \right)$$

Hierin ist:

r = der Radius der betrachteten Zylinderfläche.

l = die Länge dieser Zylinderfläche.

t = die Temperatur auf dieser Zylinderfläche.

Weiter setzen wir:

r_1 und t_1 gleich dem Radius und der Temperatur des Drahtes;

r_2 und t_2 gleich dem inneren Radius und der Temperatur des Rohres.

Durch Umformen dieser Gleichung bekommen wir:

$$r \cdot \left(-\frac{dt}{dr} \right) = \frac{W_{gel.}}{2 \pi l \cdot k_0 (1 + m \cdot t)}$$

Durch Integration:

$$\lg n r = -\frac{2 \pi l \cdot k_0}{W_{gel.}} \cdot t - \frac{2 \pi l \cdot k_0 \cdot m}{2 W_{gel.}} \cdot t^2 + C$$

C lässt sich aus den Grenzbedingungen bestimmen.

1) für $r = r_2$ ist $t = t_2$

2) für $r = r_1$ ist $t = t_1$

Bedingung 1) gibt uns:

$$C = \lg n r_2 + \frac{2 \pi l \cdot k_0}{W_{gel.}} \cdot t_2 + \frac{2 \pi l \cdot k_0 \cdot m}{2 W_{gel.}} \cdot t_2^2$$

Aus Bedingung 2) erhält man:

$$\lg n r_1 = -\frac{2 \pi l \cdot k_0}{W} \cdot t_1 - \frac{2 \pi l \cdot k_0 \cdot m}{2 W} \cdot t_1^2 + C$$

Aus den letzten beiden Gleichungen folgt:

$$\lg n \frac{r_2}{r_1} = \frac{2 \pi l \cdot k_0}{W_{gel.}} \cdot (t_1 - t_2) + \frac{2 \pi l \cdot k_0 \cdot m}{2 W_{gel.}} \cdot (t_1^2 - t_2^2)$$

und weil $2 \pi r_1 \cdot l = O$,

so ist:

$$W_{gel.} = \frac{O \cdot k_0}{r_1 \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left\{ (t_1 - t_2) + \frac{m}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right\}$$

Diese Formel vereinfacht sich für den Fall, wo bei den Messungen das Kupferrohr in Eis lag, denn dann wird $t_2 = 0$ und wir erhalten:

$$W_{gel.} = \frac{O \cdot k_o}{r_1 \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left\{ t_1 + \frac{m}{2} \cdot t_1^2 \right\}$$

Auch können wir noch die Gleichung des Temperaturverlaufs der Luft im Rohr in radialer Richtung bestimmen. Wir werden dieses durchführen für den Fall, wo $t_2 = 0$ ist.

Wir fanden folgende drei Gleichungen:

$$1) \quad \lg n r = - \frac{2\pi l \cdot k_o}{W_{gel.}} \cdot t - \frac{2\pi l \cdot k_o \cdot m}{2 W_{gel.}} \cdot t^2 + C$$

$$2) \quad C = \lg n r_2 + \frac{2\pi l \cdot k_o}{W_{gel.}} \cdot t_2 + \frac{2\pi l \cdot k_o \cdot m}{2 W_{gel.}} \cdot t_2^2$$

$$3) \quad W_{gel.} = \frac{O \cdot k_o}{r_1 \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left\{ t_1 + \frac{m}{2} \cdot t_1^2 \right\}$$

Für $t_2 = 0$ wird Gleichung 2): $C = \lg n r_2$. Die Gleichung 1) etwas umgeformt und mit Gleichung 2) kombiniert, gibt:

$$\lg n r = - \frac{O \cdot k_o}{r_1 \cdot W_{gel.}} \cdot t - \frac{O \cdot k_o \cdot m}{2 r_1 \cdot W_{gel.}} \cdot t^2 + \lg n r_2$$

Setzen wir endlich noch Gleichung 3) ein:

$$\lg n r = - \frac{\lg n \frac{r_2}{r_1}}{t_1 + \frac{m}{2} \cdot t_1^2} \cdot t - \frac{m \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}}{2(t_1 + \frac{m}{2} \cdot t_1^2)} \cdot t^2 + \lg n r_2$$

Hieraus t ausgerechnet, gibt:

$$t = - \frac{1}{m} + \sqrt{\frac{1}{m^2} - \lg n \frac{r}{r_2} \cdot \frac{t_1 + \frac{m}{2} \cdot t_1^2}{\frac{m}{2} \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}}}$$

Das Temperaturgefälle auf einer bestimmten konzentrischen Zylinderfläche lässt sich auch direkt berechnen aus der folgenden, früher schon erhaltenen Gleichung:

$$r \left(-\frac{dt}{dr} \right) = \frac{W_{gel.}}{2 \pi l \cdot k_o \cdot (1 + m \cdot t)}$$

Wir erhalten hieraus:

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{r_1}{r} \cdot \frac{W_{gel.}}{O \cdot k_o \cdot (1 + m \cdot t)}$$

Setzt man hierin zu jedem r das nach der Temperaturgleichung berechnete t ein, so erhalten wir das Temperaturgefälle für diesen Radius.

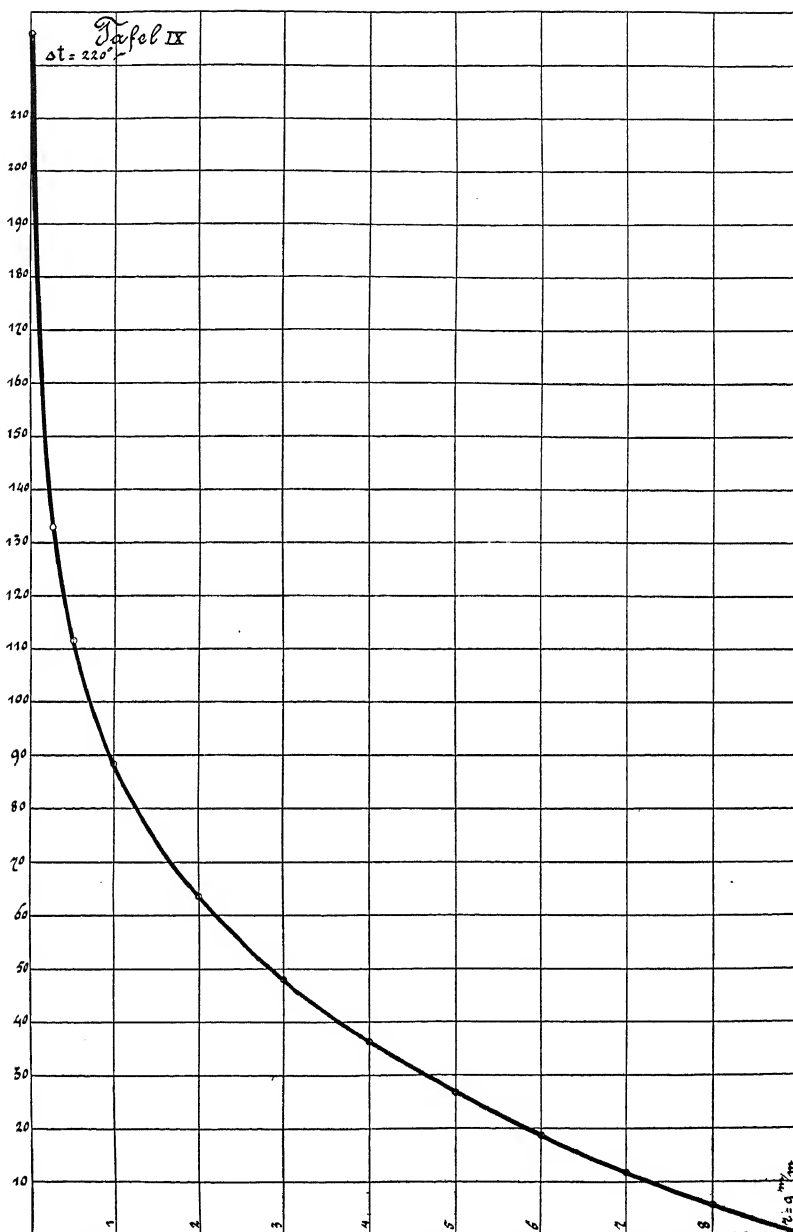
Um nun in übersichtlicher Weise zu zeigen wie enorm gross der Temperaturabfall in den unmittelbar an die Drahtoberfläche grenzenden Luftschichten ist, bestimmte ich mit Hülfe obiger Gleichungen für verschiedene Zylinderflächen im Inneren des Rohres sowohl die Temperatur, als auch das Temperaturgefälle, für eine von mir gemessene bestimmte Drahttemperatur.

Bei diesem Beispiel war:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,00075 \text{ cm.} \\ r_2 &= 0,9 \text{ cm.} \\ t_1 &= 225,8^\circ \quad (t_2 = 0). \\ W_{total} &= 1,750 \text{ gr. Cal.} \end{aligned}$$

Für k_o und m werden wir die Werte einsetzen, welche berechnet wurden aus den Resultaten der Versuchsserie, welcher dieses Beispiel entnommen wurde, und zwar:

$$\begin{aligned} k_o &= 0,00005716 \frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ \text{C.}} \\ m &= 0,00458. \end{aligned}$$



Die Resultate der Temperaturberechnungen geben uns schon einige Berechtigung bei der Berechnung vom Temperaturgefälle statt $W_{gel.}$, W_{total} zu setzen. Mit dieser Annahme ergaben sich folgende Temperaturgefälle:

r cm.	t °	$\frac{dt}{dr}$ °/cm.
0,00075	225,8	— 31650
0,025	132,9	— 1202
0,05	111,5	— 639
0,1	88,3	— 344
0,2	63,5	— 187,1
0,3	47,9	— 132,2
0,4	36,3	— 103,6
0,5	26,7	— 86,0
0,6	18,7	— 74,1
0,7	11,7	— 65,4
0,8	5,5	— 58,9
0,9	0,0	— 53,7

Auch diese Resultate zeigen in genügender Weise, dass wir keinen allzu grossen Fehler begehen, wenn wir von jetzt an alle abgeführte Wärme als durch Leitung abgegebene Wärme betrachten werden.

Wir werden jetzt aus den Resultaten der Messungen am Faden $\phi = 0,0150$ mm. die Grösse von k berechnen.

Fangen wir an mit den Messungen bei der Lufttemperatur 0° .

Mit Hülfe der Formel:

$$W = \frac{O \cdot k_0}{r_1 \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left\{ t_1 + \frac{m}{2} \cdot t_1^2 \right\}$$

lässt sich aus den Resultaten ein mittleres m berechnen und dazu für jeden Fall die Grösse von k_0 . Durch Einsetzen dieses m und dieser Werte k_0 in die Gleichung:

$$k_{t_1} = k_0 (1 + m \cdot t_1)$$

bekommen wir für jede Temperatur t_1 , das dazu gehörende k_{t_1} .

Ausserdem können wir den mittleren Wert für k_0 bestimmen und die Gleichung:

$$k_t = k_0 (1 + m \cdot t)$$

aufstellen.

Stellung vertikal; $r_1 = 0,00075$ cm.; $r_2 = 0,9$ cm.; $O = 0,4756$ cm.²

t_1°	gr. Cal. W	m_{mittel}	k_0	k_{t_1}
29,7	0,1597	0,00458	0,0000563	0,0000640
55,6	0,3225		0,0000575	0,0000721
74,0	0,4432		0,0000572	0,0000766
107,8	0,692		0,0000575	0,0000859
138,8	0,934		0,0000571	0,0000934
164,1	1,158		0,0000575	0,0001007
197,3	1,472		0,0000574	0,0001093
225,8	1,750		0,0000571	0,0001160
254,3	2,049		0,0000569	0,0001232
			mittel 0,0000572	

Es ist:

$$k_t = 0,0000572 (1 + 0,00458 \cdot t)$$

Stellung horizontal; $r_1 = 0,00075$ cm.; $r_2 = 0,9$ cm.;
 $O = 0,4756$ cm².

t_1°	gr. Cal. Π	m_{mittel}	k_0	k_{t_1}
20,0	0,1078	—	0,0000569	0,0000637
28,3	0,1672	—	0,0000608	0,0000712
40,3	0,2530	—	0,0000626	0,0000778
61,8	0,4237	—	0,0000646	0,0000886
78,0	0,567	—	0,0000658	0,0000967
95,2	0,717	0,00602	0,0000654	0,0001029
125,8	1,007	—	0,0000649	0,0001140
160,6	1,355	—	0,0000635	0,0001249
191,1	1,676	—	0,0000622	0,0001337
209,7	1,907	—	0,0000622	0,0001406
232,1	2,154	—	0,0000606	0,0001455
260,5	2,487	—	0,0000598	0,0001536
—	—	—	mittel 0,0000624	—

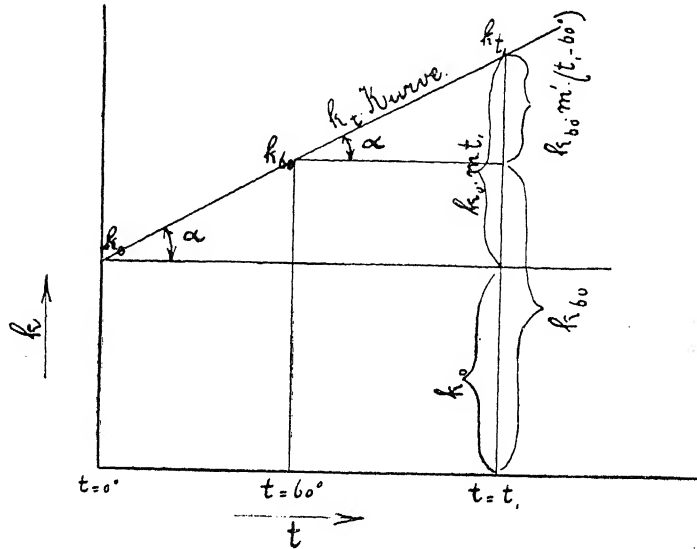
Es ist: $k_t = 0,0000624 (1 + 0,00602 \cdot t)$.

Vergleichen wir die aus den Messungen bei vertikaler und horizontaler Stellung des Drahtes erhaltenen Werte für k_0 und k_t , so konstatieren wir, dass diese für letztere Stellung grösser sind.

Nun haben wir früher schon konstatieren können, dass bei horizontaler Lage des Drahtes starke Konvektionsströme auftreten, dasselbe ist auch wieder aus den oben erwähnten Erscheinungen zu schliessen. Die Ströme verursachen einen bedeutend schnelleren Temperaturabfall in den den Draht einschliessenden Luftschichten, als aus der zur Berechnung von k_0 und m gebrauchten Formel folgen

würde. Die Folgen dieses grösseren Temperaturabfalls in allen Radien, sind zu grosse Werte für k_0 und k_t im Resultat der Rechnung.

Bestimmung von k aus den Resultaten der Messungen bei den Lufttemperaturen 60° und 100° .



In obenstehender Figur ist k in Funktion der Temperatur durch eine Gerade dargestellt.

Aus der Figur folgt:

$$k_t = k_0 (1 + m \cdot t_1)$$

$$k_t = k_{60} \{1 + m' (t_1 - 60^\circ)\}$$

und weiter noch:

$$\operatorname{tg} \alpha = k_0 \cdot m = k_{60} \cdot m'$$

$$t - 60^\circ = t'$$

$$t_1 - 60^\circ = t_1'$$

$$t_2 - 50^\circ = t_2'$$

Dann wird:

$$k_t = k_{60} (1 + m' \cdot t')$$

In analoger Weise wie früher erhalten wir für die abgegebene Wärmemenge:

$$W = \frac{O \cdot k_{60}}{r_1 \cdot \lg n \frac{r_2}{r_1}} \left\{ (t_1' - t_2') + \frac{m'}{2} (t_1'^2 - t_2'^2) \right\}$$

Bei den Messungen war aber $t_2 = 60^\circ$, daher:

$$t_2' = 0.$$

Setzen wir ausserdem noch ein:

$$t_1' = t_1 - 60^\circ$$

so wird die Gleichung:

$$W = \frac{O \cdot k_{60}}{r_1 \lg n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left\{ (t_1 - 60^\circ) + \frac{m'}{2} (t_1 - 60^\circ)^2 \right\}$$

In derselben Weise erhalten wir auch:

$$W = \frac{O \cdot k_{100}}{r_1 \lg n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \left\{ (t_1 - 100^\circ) + \frac{m''}{2} (t_1 - 100^\circ)^2 \right\}$$

Dabei muss zwischen den Resultaten folgende Relation bestehen:

$$k_0 \cdot m = k_{60} \cdot m' = k_{100} \cdot m''$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen für W , lassen sich aus den Resultaten der Messungen wieder Mittelwerte berechnen für m' und m'' , ausserdem noch die zu jedem Fall gehörende Grosse von k_{60} resp. k_{100} .

Durch Einsetzen der Werte m' und m'' , und dieser Werte k_{60} resp. k_{100} in die Gleichungen

$$k_{t_1} = k_{60} \{ 1 + m' (t_1 - 60^\circ) \}$$

und

$$k_{t_1} = k_{100} \{ 1 + m'' (t_1 - 100^\circ) \}$$

erhalten wir wieder die zu jedem Fall gehörende Grösse, k_{t_1} .

$t_2 = \text{cirka } 60^\circ.$

 Stellung vertikal; $r_1 = 0,00075 \text{ cm.}$; $r_2 = 0,9 \text{ cm.}$; $O = 0,4756 \text{ cm.}$

t_1°	Δt°	gr. Cal. W	m'_{mittel}	k_{60}	k_{t_1}
74,0	14,2	0,0875	—	0,0000678	0,0000706
87,5	27,8	0,1756	—	0,0000678	0,0000733
104,8	44,5	0,2942	—	0,0000693	0,0000784
114,6	54,3	0,3661	—	0,0000698	0,0000810
148,8	88,4	0,624	0,00294	0,0000698	0,0000879
181,6	121,4	0,887	—	0,0000694	0,0000942
223,2	162,8	1,234	—	0,0000684	0,0001011
270,2	210,1	1,662	—	0,0000676	0,0001094
325,7	265,5	2,203	—	0,0000667	0,0001187
364,2	303,7	2,620	—	0,0000666	0,0001260
—	—	—	—	mittel	—
—	—	—	—	0,0000683	—

 Es ist: $k_t = 0,0000683 \{ 1 + 0,00294 (t - 60^\circ) \}$
 $t_2 = \text{cirka } 100^\circ.$

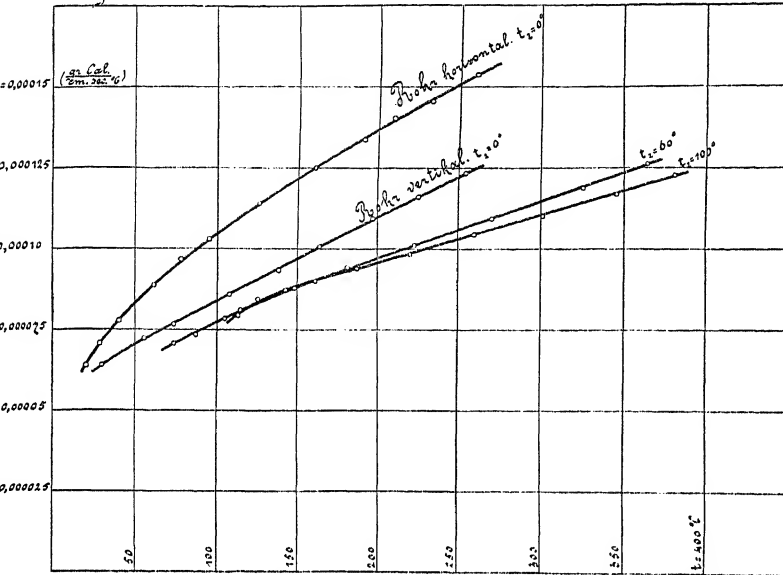
 Stellung vertikal; $r_1 = 0,00075 \text{ cm.}$; $r_2 = 0,9 \text{ cm.}$; $O = 0,4756 \text{ cm.}$

t_1°	Δt°	gr. Cal. W	m''_{mittel}	k_{100}	k_{t_1}
113,2	13,3	0,0930	—	0,0000772	0,0000792
125,1	25,3	0,1865	—	0,0000805	0,0000844
143,1	43,3	0,3242	—	0,0000804	0,0000871
161,7	61,6	0,4696	—	0,0000804	0,0000900
187,4	87,2	0,679	0,00194	0,0000803	0,0000939
220,0	119,8	0,955	—	0,0000798	0,0000983
260,2	160,2	1,319	—	0,0000796	0,0001044
301,0	200,9	1,703	—	0,0000792	0,0001101
345,8	245,8	2,157	—	0,0000791	0,0001168
380,5	280,5	2,537	—	0,0000794	0,0001226
—	—	—	—	mittel	—
—	—	—	—	0,0000796	—

 Es ist: $k_t = 0,0000796 \{ 1 + 0,00194 (t - 100^\circ) \}$

Für jede der vier Tabellen ist die Kurve der k_t -Werte in Funktion der Lufttemperatur aufgezeichnet.

Tafel I.



Diese Kurven zeigen keine sehr gute Uebereinstimmung; besonders die Kurve für horizontale Lage des Drahtes weicht stark ab.

Die Werte für k_0 und m sollen nun noch zur Erhaltung möglichst zuverlässiger Resultate nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden.

Dazu bestimmte ich k_0 ; k_{60} und k_{100} , jedes für sich nach dieser Methode und dann zum Schluss nach derselben Methode aus diesen drei Angaben die wahrscheinlichsten Werte für die Größen k_0 und m .

Die Ausgangsgleichung nach der diese Größen zu berechnen sind, lautet:

$$W = C \cdot k_0 \left\{ (t_1 - t_2) + \frac{m}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right\}$$

Setzen wir hierin: $W' = \frac{m}{C}$

$$\text{dann wird: } \frac{W'}{k_0} = (t_1 - t_2) + \frac{m}{2} (t_1^2 - t_2^2)$$

und es muss folgender Ausdruck ein Minimum werden.

$$\Sigma \left\{ \frac{W'}{k_0} - (t_1 - t_2) - \frac{m}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right\}^2$$

Wir leiten deshalb diesen Ausdruck nach den beiden Variablen ab und setzen die beiden so erhaltenen Grössen gleich Null.

1° Nach k_0 abgeleitet.

$$\Sigma 2 \left\{ \frac{W'}{k_0} - (t_1 - t_2) - \frac{m}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right\} \cdot (-1) \cdot \frac{W'}{k_0^2} = 0$$

$$\text{hieraus: } \frac{1}{k_0} \Sigma W'^2 - \Sigma W' \cdot (t_1 - t_2) - \frac{m}{2} \Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2) = 0 \quad \text{I)}$$

2° Nach m abgeleitet.

$$\Sigma 2 \left\{ \frac{W'}{k_0} - (t_1 - t_2) - \frac{m}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right\} \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) (t_1^2 - t_2^2) \right\} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{hieraus: } \frac{1}{k_0} \Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2) - \Sigma (t_1 - t_2) (t_1^2 - t_2^2) - \\ - \frac{m}{2} \Sigma (t_1^2 - t_2^2)^2 = 0 \quad \text{II)} \end{aligned}$$

$$\text{Aus I): } k_0 = \frac{\Sigma W'^2}{\Sigma W' (t_1 - t_2) + \frac{m}{2} \Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2)}$$

Dieser Wert eingesetzt in II)

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma W' (t_1 - t_2) + \frac{m}{2} \Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2)}{\Sigma W'^2} = \\ = \frac{\Sigma (t_1 - t_2) (t_1^2 - t_2^2) + \frac{m}{2} \Sigma (t_1^2 - t_2^2)^2}{\Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2)} \end{aligned}$$

Rechnen wir m aus, so bekommen wir:

$$m = 2 \frac{\Sigma W'^2 \cdot \Sigma (t_1 - t_2) (t_1^2 - t_2^2) - \Sigma W' \cdot (t_1 - t_2) \cdot \Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2)}{\left\{ \Sigma W' \cdot (t_1^2 - t_2^2) \right\}^2 - \Sigma W'^2 \cdot \Sigma (t_1^2 - t_2^2)^2}$$

Setzen wir dieses Resultat für m ein in die Gleichung für k_0 , so erhalten wir:

$$k_0 = \frac{\sum W'^2}{\sum W' (t_1 - t_2) + A}$$

$$A = \frac{\sum W' (t_1^2 - t_2^2) \sum W'^2 \sum (t_1 - t_2) (t_1^2 - t_2^2) - \left\{ \sum W' (t_1^2 - t_2^2) \right\}^2 \sum W' (t_1 - t_2)}{\left\{ \sum W' (t_1^2 - t_2^2) \right\}^2 - \sum W'^2 \cdot \sum (t_1^2 - t_2^2)^2}$$

Diese Gleichung umgerechnet, gibt:

$$k_0 = \frac{\left\{ \sum W' (t_1^2 - t_2^2) \right\}^2 - \sum W'^2 \cdot \sum (t_1^2 - t_2^2)^2}{\sum W' (t_1^2 - t_2^2) \sum (t_1 - t_2) (t_1^2 - t_2^2) - \sum W' (t_1 - t_2) \sum (t_1^2 - t_2^2)^2}$$

Wird t_2 durch Einlegen des Rohres in Eis auf 0° gebracht, so lauten die Resultate:

$$m = 2 \frac{\sum W'^2 \cdot \sum t_1^3 - \sum W' \cdot t_1 \cdot \sum W' \cdot t_1^2}{(\sum W' \cdot t_1^2)^2 - \sum W'^2 \cdot \sum t_1^4} \quad 1)$$

$$k_0 = \frac{(\sum W' \cdot t_1^3)^2 - \sum W'^2 \cdot \sum t_1^4}{\sum W' \cdot t_1^2 \cdot \sum t_1^3 - \sum W' \cdot t_1 \cdot \sum t_1^4} \quad 2)$$

Für die Messungen, bei denen das Rohr auf 60° und auf 100° geheizt wurde, bekommen wir die gleichen Endresultate, nur müssen wir statt m und k_0 , die Grössen m' und k_{60} , resp. m'' und k_{100} einsetzen.

Aus den in dieser Weise gefundenen Werte:

k_0 , k_{60} und k_{100} wurden dann nach folgender Methode die endgültigen Werte für k_0 und m berechnet.

$$\text{Es ist:} \quad k_t = k_0 + (k_0 \cdot m) \cdot t$$

daher muss: $\sum \{ k_t - k_0 - (k_0 \cdot m) \cdot t \}^2$ ein Minimum sein.

Diese Form nach k_0 differenziert und gleich Null gesetzt:

$$2 \sum \{ k_t - k_0 - (k_0 \cdot m) \cdot t \} = 0$$

$$\text{Oder:} \quad \sum k_t - n \cdot k_0 - (k_0 \cdot m) \cdot \sum t = 0 \quad \text{I)}$$

n ist die Zahl der k -Werte, also hier = 3.

Der gleiche Form nach $(k_0 \cdot m)$ abgeleitet und gleich Null gesetzt:

$$2 \cdot \sum \{ k_t - k_0 - (k_0 \cdot m) \cdot t \} t = 0$$

oder: $\sum t \cdot k_t - k_0 \cdot \sum t - (k_0 \cdot m) \cdot \sum t^2 = 0$ II)

Aus Gleichung I) bekommen wir:

$$(k_0 \cdot m) = \frac{\sum k_t}{\sum t} - \frac{n \cdot k_0}{\sum t}$$

Dieses eingesetzt in II) gibt:

$$\sum t \cdot k_t - k_0 \cdot \sum t - \frac{\sum k_t \cdot \sum t^2}{\sum t} + \frac{n \cdot k_0 \cdot \sum t^2}{\sum t} = 0$$

Hieraus:

$$k_0 = \frac{\sum k_t \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2 \cdot k_t}{n \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad 1)$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für $(k_0 \cdot m)$ ein, so erhalten wir:

$$m = \frac{\sum k_t}{\sum t} \cdot \frac{n \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2}{\sum k_t \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2 \cdot k_t} - \frac{n}{\sum t}$$

woraus:

$$m = \frac{n \cdot \sum t \cdot k_t - \sum k_t \cdot \sum t}{\sum k_t \cdot \sum t^2 - (\sum t)^2 \cdot k_t} \quad 2)$$

Es sei noch bemerkt, dass bei der Berechnung dieser Grössen nach obiger Methode, nur die Messungen bis zu Temperaturdifferenzen $t_1 - t_2 = \text{circa } 120^\circ$ verwendet wurden.

Es geschah dies aus folgendem Grund:

Konvektionsströme entstehen durch Lufttemperaturdifferenzen an verschiedenen Stellen im Innern des Rohres; wollen wir also Fehler, welche von Konvektionsströmen herkommen, möglichst beseitigen, so dürfen wir diese Temperaturdifferenzen nicht zu gross nehmen.

$$\text{Es ist: } C = \frac{O}{r_1 \lg n \frac{r_2}{r_1}} = \frac{0,4756}{0,00075 \lg n \frac{0,9}{0,00075}} = 89,47.$$

Bestimmung von k_0 und m . Draht vertikal.

C	W	W'	$\times 10^{-6}$ W'^2	t_1	t_1^2	$\times 10^6$ t_1^3	$\times 10^6$ t_1^4	$W' \cdot t_1$	$W' \cdot t_1^2$
89,47	0,1597	0,001785	3,1862	29,70	882,09	0,02620	0,778	0,05301	1,5744
„	0,3225	0,003605	12,9960	55,57	3088,02	0,27160	9,536	0,20033	11,1323
„	0,4348	0,004860	23,6196	72,80	5299,84	0,38583	28,088	0,35381	25,7552
„	0,6928	0,007743	59,9540	107,97	11657,50	1,25865	135,899	0,83601	90,2630
$\Sigma =$		0,017993	99,7558	266,04	20927,45	1,84228	174,301	1,44316	128,7249

$$m = 0,00487$$

$$k_0 = 0,0000568 \left(\frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C.}} \right)$$

Bestimmung von k_{60} und m' . Draht vertikal.

C	W	W'	$\times 10^{-6}$ W'^2	Δt	Δt^2	$\times 10^6$ Δt^3	$\times 10^6$ Δt^4	$W' \cdot \Delta t$	$W' \cdot \Delta t^2$
89,47	0,1629	0,001821	3,316	25,65	658	0,01688	0,433	0,04670	1,198
„	0,1756	0,001963	3,854	27,80	773	0,02148	0,597	0,05457	1,517
„	0,3192	0,003568	12,730	48,55	2357	0,11444	5,556	0,17322	8,409
„	0,3680	0,004113	16,916	54,70	2992	0,16367	8,953	0,22498	12,306
„	0,5361	0,005992	35,904	77,85	6061	0,47182	36,732	0,46647	36,317
„	0,6239	0,006973	48,623	88,40	7814	0,69080	61,067	0,61641	54,487
„	0,7282	0,008139	66,243	102,25	10455	1,06903	109,310	0,83220	85,100
„	0,8874	0,009918	98,366	121,35	14726	1,78700	216,850	1,20360	146,050
$\Sigma =$		0,042487	285,952	546,55	45836	4,33512	439,498	3,61815	345,384

$$m' = 0,00314$$

$$k_{60} = 0,0000688 \left(\frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C.}} \right)$$

Bestimmung von k_{100} und m'' , Draht vertikal

C	W	W'	$\times 10^{-6}$ W'^2	Δt	Δt^2	$\times 10^6$ Δt^3	$\times 10^6$ Δt^4	$W' \cdot \Delta t$	$W' \cdot \Delta t^2$
89,47	0,18650	0,002084	4,343	25,30	640,1	0,01619	0,409	0,05273	1,334
„	0,32425	0,003624	13,132	43,30	1874,9	0,08118	3,515	0,15692	6,795
„	0,46965	0,005249	27,552	61,60	3794,6	0,23170	14,399	0,32334	19,918
„	0,67915	0,007591	57,623	87,20	7603,0	0,66298	57,806	0,66194	57,715
„	0,95460	0,010669	113,820	119,80	14352,0	1,71940	205,990	1,27810	153,120
$\Sigma =$		0,029217	216,470	337,20	28264,6	2,71145	282,119	2,47303	238,882

$$m'' = 0,00190 \quad k_{100} = 0,0000801 \frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C}}$$

Gefunden wurde also: $\left(\frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C.}} \right)$

$$k_0 = 0,0000568 \quad m = 0,00487$$

$$k_{60} = 0,0000688 \quad m' = 0,00314$$

$$k_{100} = 0,0000801 \quad m'' = 0,00190$$

Bestimmung von k_0 und m , aus k_0 ; k_{60} und k_{100}

t	t^2	k_t	$t \cdot k_t$	n
0	0	0,00005680	0	—
60	3600	0,00006876	0,00412560	—
100	10000	0,00008012	0,00801200	—
$\Sigma = 160$	13600	0,00020568	0,01213760	3

$$k_0 = 0,0000563 \frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C.}} \quad m = 0,00410$$

Dies wären die wahrscheinlichsten Werte für k_0 und m , die aus meinen Messungen berechnet werden können.

$$k_0 = 0,0000563 \frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C.}}$$

$$m = 0,00410$$

V. VERGLEICH MEINER RESULTATE MIT DEN VON ANDEREN FORSCHERN GEFUNDENEN WERTEN.

BESCHREIBUNG DER VERSUCHE ANDERER FORSCHER.

Die ersten genauen mir bekannten Untersuchungen der Wärmeleitfähigkeit der Luft sind von Stefan ausgeführt worden ¹⁾. Er gebrauchte hierbei einen Apparat, der aus zwei ineinandergesteckten Kupferzylindern bestand; der innere diente als Luftthermometer, während zwischen ihm und dem Äussern die untersuchte Luftschicht sich befand. Der äussere Zylinder wurde durch Eintauchen in ein Bad auf eine bestimmte Temperatur gebracht und die Aenderung der Temperatur des Luftthermometers in ihrer Abhängigkeit von der Zeit beobachtet.

Weil er den Zwischenraum zwischen beiden Zylindern sehr klein nahm, konnten Luftströmungen von grösserer Stärke nicht auftreten. Den Einfluss der Strahlung berücksichtigte STEFAN nicht. Für k_{10° fand er im Mittel 0,0000558. Auch fand er, dass die Wärmeleitung von Luftdruck ²⁾ unabhängig ist.

KUNDT und WARBURG ³⁾ untersuchten diese Verhältnisse ebenfalls. Sie benutzten dazu ein kugelförmiges Glasgefäss mit einem Stiel, in welchen ein Thermometer eingeschmolzen war. In die Kugel wurden die Gase gebracht. Sobald die äussere Hülle auf eine konstante Temperatur gebracht wurde (durch Einlegen in ein Eisbad), sank

¹⁾ J. STEFAN. Wien. Bericht. 65. 2. 45. 1872.

²⁾ J. STEFAN. Wien. Ber, 72. 2. 1875.

³⁾ A. KUNDT u. E. WARBURG. Pogg. Ann. 156. 177. 1875.

die Temperatur, die das Thermometer anzeigte, und der zeitliche Verlauf dieser Aenderung wurde gemessen. Die hierbei vorkommende Strahlung wurde durch eine Messung mit luftleer gemachter Kugel bestimmt. Die Wärmeströmung wurde, wie die Autoren theoretisch und experimentell zeigten, unmerklich gemacht durch richtige Wahl des Luftdruckes und der Form des Apparates.

Sie fanden: $k_{0^{\circ}} = 0,0000492$.

Mit dem Stefanschen Apparat hat WINKELMANN ¹⁾ eine Reihe von Untersuchungen gemacht, in denen er sowohl den Wert von k als auch den von m bestimmte. Die Strahlung eliminierte er durch Differenzbeobachtungen mit verschiedenen Apparaten.

Er fand: $k_{0^{\circ}} = 0,0000568$ und $m = 0,00190$. Ein zweiter Versuch mit etwas anderem Apparat ergab. $k = 0,00005715$.

GRAETZ ²⁾ fand auf Grund von ähnlichen Versuchen, wie die von KUNDT und WARBURG: $k_{0^{\circ}} = 0,00004833$; $k_{100^{\circ}} = 0,00005734$, und daraus: $m = 0,00183$.

SCHLEIERMACHER ³⁾ benutzte einen Platindraht von etwa 320 mm. Länge und 0,4 mm. Durchmesser, welcher in einer Glasröhre ausgespannt war. Der Draht wurde von einem elektrischen Strome durchflossen, während die Glaswand auf konstanter Temperatur gehalten wurde.

Im stationären Zustand wird die im Faden erzeugte Joulesche Wärme durch Strahlung und Leitung abgegeben, wenn die Strömung vermieden wird. Die Temperatur des Drahtes lässt sich aus seinem Widerstand messen und die Strahlung sich direkt durch Luftleermachen des Rohres bestimmen.

Er fand: $k_{0^{\circ}} = 0,0000562$; $m = 0,00281$.

E. MÜLLER ⁴⁾ führte seine Untersuchungen nach der Methode von KUNDT und WARBURG möglichst genau aus. Seine Resultate sind: $k_{0^{\circ}} = 0,00005572$; $m = 0,00196$.

ECKERLEIN ⁵⁾ machte seine Versuche bei tiefen Temperaturen und benutzte dazu feste Kohlensäure (-80°) und flüssige Luft (-194°).

¹⁾ A. WINKELMANN, Pogg. Ann. 157. 497; 159. 177. 1876.

²⁾ L. GRAETZ, Wied. Ann. 14. 232. 511. 1881.

³⁾ A. SCHLEIERMACHER. ibid. 34. 623. 1888.

⁴⁾ E. MÜLLER. Sitzber. d. phys.-chem. Societät zu Erlangen 1901 pag. 85.

⁵⁾ A. ECKERLEIN. Drudes. Ann. 3. 120. 1900.

Seine Methode hat den Vorteil, dass bei den tiefen Temperaturen nach dem Stefanschen Gesetz, die Strahlung viel rascher abnimmt als die Leitung, und deshalb nicht mehr sehr störend wirkt.

Er fand: $m = 0,00362$.

SCHWARZE ¹⁾ machte Bestimmungen nach der Methode von SCHLEIERMACHER.

Er fand: $k_0 = 0,00005690$; $m = 0,00253$.

MEHLISS ²⁾ wandte die Winkelmannsche Methode an, nur bestand bei seinem Apparat die innere Vollkugel aus Aluminium und die äussere Hohlkugel aus Messing.

Seine Messungen ergaben: $k_0 = 0,000058$.

Zum Vergleich stelle ich alle Resultate in einer Tabelle zusammen.

Temp. °	k $\left(\frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ\text{C.}} \right)$	m	Beobachter.
10	0,0000558	—	STEFAN.
0	0,0000492	—	KUNDT u. WARBURG.
0	0,0000568	0,00190	WINKELMANN.
—	0,00005715	—	„
0	0,00004838	0,00183	GRAETZ.
0	0,0000562	0,00281	SCHLEIERMACHER.
0	0,00005572	0,00196	E. MÜLLER.
—	—	0,00362	ECKERLEIN (bei tiefen Temperaturen).
0	0,00005690	0,00253	SCHWARZE.
0	0,000058	—	MEHLISS.
0	0,0000563	0,00410	Eigene Versuche.

Wir sehen dass der von mir gefundenen Wert von k_0 mit dem Mittel der von anderen gefundenen Werte sehr gut übereinstimmt. Es folgt hieraus, dass man die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit

¹⁾ W. SCHWARZE. Diss. Halle 1902. Drudes Ann. 11. 303. 1144.

²⁾ O. MEHLISS. Diss. Halle 1902. Beibl. 27. 533. 1903.

für Luft von 0° sehr gut vornehmen kann, ohne spezielle Strahlungsversuche mit luftleer gemachtem Apparat auszuführen. Man muss nur den Durchmesser des Versuchsfadens genügend klein nehmen, damit die Wärmeleitung so gross wird, dass die Radiation und die Konvektion dagegen vernachlässigt werden können.

Den Wert von m fand ich allerdings bedeutend grösser als alle andern Beobachter. Es scheint aber aus dem Verlauf meiner k_t -Kurven, dass für Messungen bei höheren Temperaturen die Radiation und Konvektion nicht mehr für einen Faden der Dicke, wie ich die gebraucht, ganz zu vernachlässigen sind. So liesse sich ein zu grosser Wert für m erklären.

Durch die Wahl eines nur wenig kleineren Drahtdurchmessers würde man diesen Uebelstand leicht heben können. Denn wir konstatierten, dass mit Verringern des Drahtdurchmessers das Temperaturgefälle in den unmittelbar an die Drahtoberfläche grenzenden Luftschichten in immer beschleunigtem Mass wächst. Die Wärmeleitung würde dann so stark steigen, dass die Radiation und Konvektion keinen merklichen Einfluss auf die Richtigkeit des Resultates mehr haben würden.

VI. ZUSAMMENFASSUNG DER RESULTATE.

Die Resultate meiner Untersuchungen über die Abhängigkeit der Grösse k von verschiedenen Umständen, wie Drahtdurchmesser, Temperaturdifferenz zwischen Draht und Luft, Lufttemperatur und Stellung des Drahtes, können in folgender Weise kurz zusammengefasst werden.

- 1^e Nimmt für eine bestimmte Temperaturdifferenz zwischen Draht und umgebender Luft der Drahtdurchmesser zu von Null bis Unendlich, so nimmt k ab von unendlich bis zu einem, zu dieser Temperaturdifferenz gehörenden ganz bestimmten Grenzwert.
- 2^e Beim Zunehmen dieser obengenannten Temperaturdifferenz wird unter sonst konstant bleibenden Verhältnissen der Wert von k steigen.

3° Steigt die Temperatur der umgebenden Luft, während alle anderen Umstände gleich bleiben, so wird λ steigen.

4° Unter sonst gleichen Verhältnissen wird ein Draht in horizontaler Stellung ein grösseres λ haben als in vertikaler Stellung.

Meine Untersuchungen über die Wärmeleitfähigkeit der Luft ergaben:

dass die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei 0° ist:

$$\lambda_0 = 0,0000563 \left(\frac{\text{gr. Cal.}}{\text{cm. sec. } ^\circ \text{C.}} \right)$$

und dass der Temperaturkoeffizient derselben beträgt:

$$m = 0,00410$$

Die Anregung zu der vorliegenden Arbeit verdanke ich meinem hochverehrten seither verstorbenen Lehrer,

Herrn Prof. Dr. H. F. WEBER.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle dem Gefühle meiner herzlichen Dankbarkeit ihm gegenüber Ausdruck zu geben.

Grossen Dank schulde ich auch Herrn Prof. Dr. A. SCHWEITZER, der nach dem unerwarteten Hinscheiden des Herrn Prof. Dr. WEBER mit grosser Freundlichkeit mir seinen wertvollen Rat bei der Fertigstellung meiner Arbeit angedeihen liess.

LEBENS LAUF.

Am zweiten Mai 1884 wurde ich in Utrecht geboren.

Vom sechsten bis zum zwölften Lebensjahr besuchte ich die Primarschule in Utrecht. Danach kam ich 1897 auf die Oberrealschule in derselben Stadt. Nachdem ich vier von den fünf Klassen dieser Anstalt absolviert hatte, musste ich sie 1902 aus Gesundheitsrücksichten verlassen.

Vom Herbst dieses Jahres an bis Ende 1904 habe ich darauf praktisch gearbeitet in verschiedenen Werkstätten der Maschinenfabrik von Gebr. Stork & Co in Hengelo. Anfang 1905 kam ich nach Zürich, wo ich mich mit Hilfe von Privatunterricht für die Aufnahmeprüfung der Eidgenössischen Technischen Hochschule vorbereitete. Diese Prüfung bestand ich im Oktober 1905.

Ich durchlief darauf die Maschineningenieurschule und erwarb im Juli 1909 das Diplom als Maschineningenieur.

Im Oktober 1909 habe ich dann die vorliegende Arbeit im physikalischen Laboratorium der Eidg. Technischen Hochschule bei Herrn Prof. Dr. H. F. WEBER angefangen.

Anfang Juni 1910 musste ich wegen einer Krankheit meine Untersuchungen aufgeben, setzte sie aber im Januar 1911 wieder fort und beendigte sie im Mai 1912.
